Mesut Altuntaş

F. K. B. - Yüksek Okul ve Lise Son Sınıf Öğrencileri için **Fizik Prensipleri**

v e

Çözümlü Fizik Problemleri

MEKANİK

Derleyen ve Çözen :
MUSTAFA PEHLİVANER
Ankara Tekniker Yüksek Okulu
Fizik Öğretmeni

Her Hakkı Mahfuzdur.

İŞ Matbaacılık ve Ticaret
Telefon: 11 92 83 — Ankara - 1972

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
I. KİNEMATİK	
a) Düzgün doğrusal hareket	5
b) Düzgün değişen doğrusal hareket	6
c) **Problemler**	8
II. KUVVET ve HAREKET	
a) Newton'un hareket kanunları	28
b) Sürtünme	30
c) **Problemler**	30
III. BOŞLUKTA MERMİ YÖRÜNGELERİ	
a) Eğik atış	55
b) Yatay atış	58
c) **Problemler**	59
VI. İŞ, GÜÇ ve ENERJİ	
a) İş	75
b) Güç	76
c) Potansiyel enerji	77
d) Kinetik enerji	77
e) Enerjinin dönüşümü ve sakımı	78
f) **Problemler**	78
V. İMPÜLS ve MOMENTUM	
a) Lineer momentumun korunumu	103
b) Çarpışmalar	104
c) **Problemler**	107
VI. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET	
a) Hız ve ivme	138
b) Merkezcil kuvvet	139
c) **Problemler**	140

Sayfa

VII. DÖNME HAREKETİ

a) Açısal yer değiştirme ve açısal hız ... 160
b) Açısal ivme ... 161
c) Sabit açısal ivmeli dönme hareketi ... 162
d) Açısal hız ile çizgisel hız arasındaki bağıntı ... 163
e) Açısal ivme ile çizgisel ivme arasındaki bağıntı ... 164
f) **Problemler** ... 165

VIII. BASİT HARMONİK HAREKET (BHH)

a) Uzanım, genlik, periyod, frekans ... 175
b) Basit sarkaç ... 178
c) Bileşik sarkaç ... 178
d) **Problemler** ... 182

IX. HİDRODİNAMİK

a) Bernoulli denklemi ... 194
b) Bir borunun boşalma hızı ... 195
c) Sıkışmayan sıvıların süreklilik denklemi ... 195
d) Bernoulli denkleminin tatbikatı ... 196
e) Torricelli teoremi ... 196
f) Borular içinde akış hızının ölçülmesi ... 197
g) **Problemler** ... 198

X. EK KISIM

a) MKSA, CGS ve English birim sistemleri ... 204
b) Faydalanılan eserler ... 206
c) Düzeltmeler ... 207
d) Trigonometrik cetvel ... 208

BÖLÜM
I
KİNEMATİK

Mekaniğin bu bölümüne Yunanca hareket anlamına gelen kinema kelimesinden türeme KİNEMATİK adı verilir. Kinematik, hareketleri, hareketin sebebini ve neyin hareket ettiğini hesaba katmaksızın inceler.

Hareket, konumun devamlı değişmesi olarak tanımlanır. Hareketlerde genellikle, bir cismin değişik noktaları farklı yörüngelerde bulunur. Hareketin tümü, cismin içindeki her noktanın hareketinin bilinmesi ile tam olarak anlaşılmış olur. Bu sebeple biz, sadece hareketli bir nokta veya partikül denilen çok küçük madde parçacığını gözönüne alacağız.

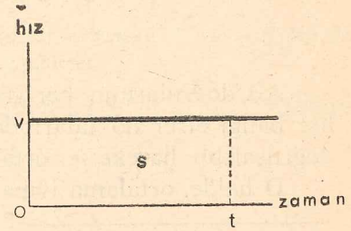
Bir noktanın konumunu en iyi belirtme şekli, üçlü dik koordinat sistemini kullanmaktır. Parçacık uzayda her hangi bir yörünge üzerinde hareket ederken, eksenler üzerindeki izdüşümleri, doğru bir çizgi üzerinde yer değiştirir. Parçacığın hareketi, üç eksen üzerindeki izdüşümlerle tanımlanabileceğinden, öncelikle, bir parçacığın düz bir çizgi üzerindeki hareketinden, başka bir deyimle DOĞRUSAL HAREKETTEN söz edeceğiz.

Düzgün doğrusal hareket: Bir doğru üzerinde eşit zaman aralıklarında eşit yollar alan —hızı sabit olan— bir parçacığın hareketine, **düzgün doğrusal hareket** denir. Problemlerimizde bu hareketi, **düzgün hareket** deyimi ile ifade edeceğiz.

Düzgün doğrusal bir harekette, parçacığın, t zaman süresinde aldığı yolu s ile gösterirsek v hızı;

$$v = \frac{s}{t} \qquad (1) \text{ olur.}$$

Hareketleri, grafikle göstermek problemlerimizin çözümünde kolaylık sağlar. Düzgün doğrusal bir harekette, hız sabit olduğundan, hız - zaman diyagramı absis eksenine paralel bir doğrudur (Şek. 1).



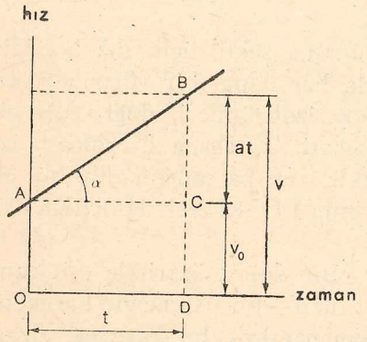
Şek. 1
Düzgün doğrusal harekette, hız - zaman diyagramı.

Düzgün değişen doğrusal hareket (sabit ivmeli hareket): Bir doğru üzerinde hareket eden bir parçacığın hızı, eşit zaman aralıklarında eşit miktarlar kadar değişiyorsa —hareketin ivmesi sabit ise— böyle harekete, **düzgün değişen doğrusal hareket** denir.

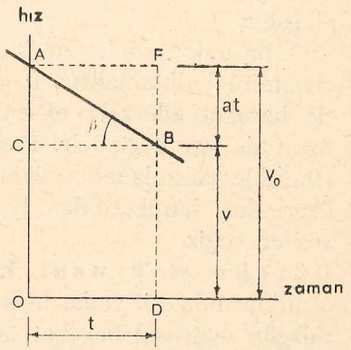
Böyle bir hareket, düzgün hızlanan ve düzgün yavaşlayan olmak üzere iki türlü olabilir. Hareketin hızı, düzgün olarak artıyorsa bu hareket, **düzgün hızlanan** bir harekettir. Cisimlerin serbest düşmesi bu harekete verilen en belli başlı örnektir. Hızı, düzgün olarak azalan harekete ise, **düzgün yavaşlayan** hareket denir. Bu harekete de düşey doğrultuda yukarıya doğru atılan bir taşın hareketi örnek verilebilir.

Problemlerimizde bu hareketler için, düzgün hızlanan ve düzgün yavaşlayan deyimlerini kullanacağız.

Bu iki hareketin hız-zaman diyagramları (Şek. 2) de gösterilmiştir.



a) **Düzgün hızlanan bir hareketin a ivmesi, (+) olarak alınır.**



b) **Düzgün yavaşlayan bir hareketin a ivmesi, (—) olarak alınır.**

Şek. 2

AB doğrularının her hangi iki noktası arasındaki kirişlerin eğimi, her hangi birer noktalarındaki eğimine eşit olduğundan düzgün değişen doğrusal bir harekette, ortalama ivme ile âni ivmenin değerleri aynıdır.

O halde, ortalama ivme, âni ivme olarak alınarak **(Şek. 2a) dan:**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$$

(2) bağıntısını yazabiliriz.

Bu eşitlikten parçacığın, t zaman sonraki v hızı;

$$v = v_0 + at$$

(3) olarak bulunur.

t zaman süresi içinde alınan s yolu: (Şek. 2a) ABDO dik yamuğunun alanı, düzgün hızlanan bir harekette, t zaman süresi içinde alınan yolu verir. O halde;

$$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right) t$$

(4) bağıntısını yazabiliriz.

Not: $\frac{v_0+v}{2} = \bar{v}$ **(ortalama hız). Bu eşitlik, hız-zaman diyagramı bir eğri olması halinde ortalama hızı bulmak için kullanılmaz.**

(3) bağıntısındaki v nin değeri (4) bağıntısında yerine konulursa,

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

(5) bağıntısı bulunur.

(3) bağıntısından t nin değeri bulunup (4) bağıntısında yerine konularak da,

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

(6) bağıntısı bulunur.

Not: 1 — Düzgün yavaşlıyan hareketlerde ivme, (—) negatif alınarak işlem yapılacak.

2 — Yerçekimi ivmesi, g = 9,8 m/sn² (= 980 cm/sn²) veya 32 ft/sn² olarak alınacak.

3 — Problemlerimizde hareketlinin, bir doğru üzerinde hareket ettiği kabul edilecek ve havanın direnci ihmal edilecek.

4 — Sürtünme kat sayısı verilmeyen problemlerimizde, hareketin sürtünmesiz olduğu kabul edilerek işlem yapılacak.

İlk hızın sıfır olması (cismin sükûnetten hareket etmesi) halinde (3), (5) ve (6) bağıntıları,

$v = at$

$s = \frac{1}{2} at^2$

$v^2 = 2as$ şeklini alır.

CGS birim sisteminde :	MKSA birim sisteminde :
s (yol) = santimetre (= cm)	s = metre (= m)
t (zaman) = saniye (= sn)	t = sn
v (hız) = cm/sn	v = m/sn
a (ivme) = cm/sn²	a = m/sn²

PROBLEMLER

1 — 1. Sabit bir ivme ile sükûnetten harekete geçen bir motorsikletli, 100 m yol üzerinde hızını 20 m/sn ye yükseltiyor. İvmeyi hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : Motorsikletlinin hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir.

$s_0 = 0$ (ilk hız)
$v = 20$ m/sn (son hız)
$s = 100$ m (yol)
$a = ?$ (ivme)

$v^2 = v_0^2 + 2as$

$400\ m^2/sn^2 = 0 + 2 \times 100\ m \times a$

$$a = \frac{400\ m^2/sn^2}{200\ m} = 2\ m/sn^2.$$

2 — 2. Bir cisim, sükûnetten 4 m/sn² lik sabit bir ivme ile harekete geçiyor. 5 saniye sonra,

a) Cismin hızını,

b) Bu süre içinde cismin aldığı yolu hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : Cismin hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir.

$v_0 = 0$ (ilk hız)
$a = 4\ m/sn^2$ (ivme)
$t = 5$ sn (hareketin süresi)
$v = ?$ (son hız)

a) $v = v_0 + at$

$v = 0 + 4\ m/sn^2 \times 5$ sn

$v = 20$ m/sn.

$a = 4\ m/sn^2$ $v_0 = 0$
$t = 5$ sn
$s = ?$ (yol)

b) $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

$s = 0 + \frac{1}{2} \times 4\ m/sn^2 \times 25\ sn^2$

s = 50 m.

1 — 3. 72 km/saat hızla gitmekte olan bir otomobil şoförü, 60 m ilerde yolu geçmekte olan bir koyun sürüsü görüyor ve hemen frene basarak otomobili durduruyor. Yavaşlama süresince hareketin ivmesi 4 m/sn² olduğuna göre,

a) Otomobil, frene basıldığı andan ne kadar zaman sonra durur?

b) Otomobil, koyunlara çarpar mı?

ÇÖZÜMÜ : Otomobilin bu hareketi, düzgün yavaşlayan bir harekettir.

$v_0 = 72$ km/saat $= 20$ m/sn (ilk hız)
$v = 0$ (son hız)
$a = -4\ m/sn^2$ (ivme)
$t = ?$ (hareketin süresi)

a) $v = v_0 + at$

$0 = 20\ m/sn - 4\ m/sn^2 \times t$

$$t = \frac{20\ m/sn}{4\ m/sn^2} = 5\ sn.$$

$v_0 = 20$ m/sn (ilk hız)
$v = 0$ (son hız)
$a = -4\ m/sn^2$ (ivme)
$s = ?$ (yol)

b) $v^2 = v_0^2 + 2as$

$o = 400\ m^2/sn^2 - 2 \times 4\ m/sn^2 \times s$

$$s = \frac{400\ m^2/sn^2}{8\ m/sn^2} = 50\ m.$$

O halde otomobil, koyunlara $60 - 50 = 10$ m kala durur.

1 — 4. Bir hareketin hız - zaman diyagramı (Şek. 3) de gösterilmiştir. Buna göre,

a) 3. saniyedeki ivme nedir?

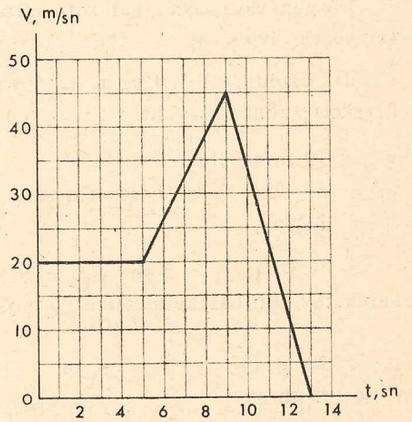
b) 7. saniyedeki ivme nedir?

c) 11. saniyedeki ivme nedir?

d) Cismin, ilk 5 saniye içinde aldığı yol ne kadardır?

e) Cismin, ilk 9 saniye içinde aldığı yol ne kadardır?

f) Cismin, ilk 13 saniye içinde aldığı yol ne kadardır?



Şek. 3

ÇÖZÜMÜ : a) Cismin, $t_1 = 0$ ve $t_2 = 5$ sn arasındaki hareketi, düzgün harekettir. Bu harekette hız sabittir. O halde 3. saniyedeki ivme sıfırdır.

b) Cismin, $t_2 = 5$ sn ve $t_3 = 9$ sn arasındaki hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir. Hareketin a_1 ivmesi;

$v_0 = 20$ m/sn (ilk hız)
$v = 45$ m/sn (son hız)
$t = 9 - 5 = 4$ sn (hareketin süresi)
$a_1 = ?$ (ivme)

$$a_1 = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a_1 = \frac{45 \text{ m/sn} - 20 \text{ m/sn}}{4 \text{ sn}}$$

$$a_1 = 6{,}25 \text{ m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Düzgün hızlanan harekette, ortalama ivme âni ivmeye eşit olduğundan 7. saniyedeki ivme, $a_1 = 6{,}25$ m/sn² dir.

c) Cismin, $t_3 = 9$ sn ve $t_4 = 13$ sn arasındaki hareketi ise, düzgün yavaşlayan bir harekettir. Hareketin a_2 ivmesi;

$v_0 = 45$ m/sn (ilk hız)
$v = 0$ (son hız)
$t = 13 - 9 = 4$ sn (hareketin süresi)
$a_2 = ?$ (ivme)

$$a_2 = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a_2 = \frac{0 - 45 \text{ m/sn}}{4 \text{ sn}}$$

$$a_2 = -11{,}25 \text{ m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Düzgün yavaşlayan harekette ortalama ivme âni ivmeye eşit olduğundan 11. saniyedeki ivme, $a_2 = -11{,}25$ m/sn² dir.

d) Cismin, $t_1 = 0$ ve $t_2 = 5$ sn arasındaki hareketi düzgün harekettir. Bu harekette alınan s_1 yolu,

$v = 20$ m/sn (hız)
$t = 5 - 0 = 5$ sn (hareketin süresi)
$s_1 = ?$ (yol)

Yol = Hız × zaman
$s_1 = 20 \text{ m/sn} \times 5 \text{ sn}$
$s_1 = 100$ m dir.

e) Cismin, $t_2 = 5$ sn ve $t_3 = 9$ sn arasındaki hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir. Bu harekette alınan s_2 yolu,

$v_0 = 20$ m/sn
$v = 45$ m/sn
$t = 9 - 5 = 4$ sn
$a_1 = 6{,}25$ m/sn²
$s_2 = ?$ (yol)

$$s_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$s_2 = 20 \text{ m/sn} \times 4 \text{ sn} + \frac{1}{2} \times 6{,}25 \text{ m/sn}^2 \times 16 \text{ sn}^2$$

$s_2 = 80 + 50 = 130$ m. veya
$v^2 = v_0^2 + 2a_1 s_2$

$2025 \text{ m}^2/\text{sn}^2 = 400 \text{ m}^2/\text{sn}^2 + 2 \times 6{,}25 \text{ m/sn}^2 \times s_2$
$s_2 = 130$ m dir.

Cismin, ilk 9 saniyede aldığı yol ise, $s_1 + s_2 = 100 \text{ m} + 130 \text{ m} = 230$ m olur.

f) Cismin, $t_3 = 9$ sn ve $t_4 = 13$ sn arasındaki hareketi, düzgün yavaşlayan bir harekettir. Bu harekette alınan s_3 yolu,

$v_0 = 45$ m/sn (ilk hız)
$v = 0$ (son hız)
$t = 13 - 9 = 4$ sn (hareketin süresi)
$a_2 = -11{,}25$ m/sn² (ivme)
$s_3 = ?$ (yol)

$v^2 = v_0^2 + 2a_2 s_3$
$0 = 2025 \text{ m}^2/\text{sn}^2 - 2 \times 11{,}25 \text{ m/sn}^2 \times s_3$

$$s_3 = \frac{2025 \text{ m}^2/\text{sn}^2}{22{,}5 \text{ m/sn}^2}$$

$s_3 = 90$ m dir.

Cismin, ilk 13 saniye içinde aldığı s yolu ise;

$s = s_1 + s_2 + s_3 = 100 \text{ m} + 130 \text{ m} + 90 \text{ m} = 320$ m olur.

1 — 5. P ağırlığında düzgün bir cisim, yatay bir zemin üzerinde 7 m/sn lik bir hızla ileriye doğru itiliyor. İki yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}25$ olduğuna göre, taşın duruncaya kadar aldığı yolu hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: Harekette rol oynayan kuvvet,
$R = \mu_k P = \mu_k mg$ (1) dir.
Newton'un ikinci kanununa göre,
$\mu_k mg = ma$ (2) yazılarak hareketin a ivmesi;
$a = \mu_k g = 0{,}25 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 = 2{,}45 \text{ m/sn}^2$ olarak bulunur.

Cismin hareketi düzgün yavaşlayan bir harekettir. İvme negatif alınarak cismin duruncaya kadar aldığı s yolu;

$v = 0$ (son hız)
$v_0 = 7$ m/sn (ilk hız)
$a = -2{,}45$ m/sn² (ivme)
$s = ?$

$v^2 = v_0^2 + 2as$
$0 = 49 \text{ m}^2/\text{sn}^2 - 2 \times 2{,}45 \text{ m/sn}^2 \times s$

$$s = \frac{49 \text{ m}^2/\text{sn}^2}{4{,}9 \text{ m/sn}^2} = 10 \text{ m olarak bulunur.}$$

1 — 6. Pozitif sabit bir ivme ile hareket eden bir cisim, iki nokta arasındaki 180 metrelik yolu 6 saniyede alıyor. Cismin ikinci noktadan geçtiği andaki hızı, 45 m/sn olduğuna göre;

a) Cismin ilk noktadan geçerken sahip olduğu hızın değerini,

b) Hareketin ivmesini hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: a) İvme pozitif olduğuna göre cismin hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir. Hareketin hız-zaman diyagramı (Şek. 4) de görülmektedir. İlk

nokta A, ikinci nokta B ile gösterilmiştir. Bizden v_0 hızının değeri soruluyor.

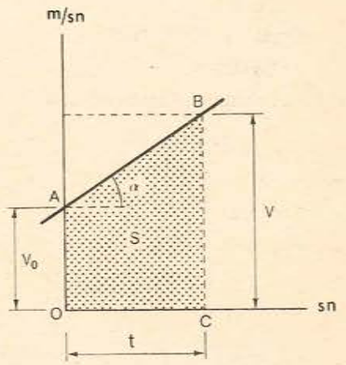
Tabanları v_0 , v ve yüksekliği t olan dik yamuğun s alanı yolu vereceğinden,

$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)$ t bağıntısını yazabiliriz.

s = 180 m, v = 45 m/sn ve t = 6 sn olarak verildiğine göre, cismin ilk noktadan geçerken sahip olduğu v_0 hızı;

$$180 \text{ m} = \left(\frac{v_0 + 45 \text{ m/sn}}{2}\right) 6 \text{ sn}$$

v_0 = 15 m/sn olur.



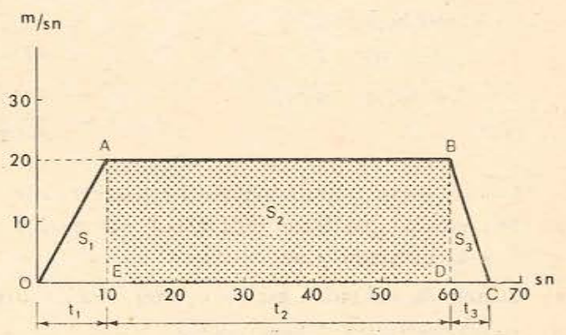
Şek. 4

b) AB doğrusunun eğimi, ivmeyi vereceğinden;

$$\text{tg}\alpha = a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{45 \text{ m/sn} - 15 \text{ m/sn}}{6 \text{ sn}} = 5 \text{ m/sn}^2 \text{ dir.}$$

1 — 7. Bir yer altı treni ilk istasyondan 2 m/sn² lik ivme ile hareket ederek 10 saniye gidiyor. Bundan sonra 50 saniye sabit hızla yol alıyor ve bu süre sonunda 4 m/sn² lik ivme ile yavaşlayarak ikinci istasyonda duruyor. İki istasyon arasındaki tren yolunun uzunluğu ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ: Hareketin hız-zaman diyagramı (Şek. 5) de gösterilmştir. Tren, düzgün hızlanan hareketle s_1, düzgün hareketle s_2 ve düzgün yavaşlayan hareketle de s_3 yolunu alır. Bu yolların toplamı bize, iki istasyon arasındaki tren yolunun uzunluğunu verir.



Şek. 5

$v_0 = 0$, t_1 = 10 sn ve a_1 = 2 m/sn² olarak bilindiğine göre, düzgün hızlanan hareketle trenin almış olduğu s_1 yolu;

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2$$

$$s_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \text{ m/sn}^2 \times 100 \text{ sn}^2 = 100 \text{ m}$$

Bu hareket sonunda trenin hızı,

$v = v_0 + a_1 t_1 = 0 + 2 \text{ m/sn}^2 \times 10 \text{ sn} = 20 \text{ m/sn}$ olur.

O halde düzgün harekette, v = 20 m/sn ve t_2 = 50 sn alınarak s_2 yolu;

s_2 = Hız × zaman = vt_2 = 20 m/sn × 50 sn = 1000 m

Düzgün yavaşlayan harekette de ilk hız 20 m/sn, son hız sıfır ve ivme $a_2 = -4$ m/sn² alınarak s_3 yolu;

$v^2 = v_0^2 + 2a_2 s_3$

$0 = 400 \text{ m}^2/\text{sn}^2 - 2 \times 4 \text{ m/sn}^2 \times s_3$

$$s_3 = \frac{400 \text{ m}^2/\text{sn}^2}{8 \text{ m/sn}^2} = 50 \text{ m olarak bulunur.}$$

(Toplam yol) $s = s_1 + s_2 + s_3 = 100 + 1000 + 50 = 1150$ m dir.

Problemin başka bir yolla çözümü:

0ABC yamuğunun alanı toplam yolu verir.

$$s = \left(\frac{AB + 0C}{2}\right) AE$$

$$t_3 = \frac{v}{a_2} = \frac{20}{4} = 5 \text{ sn.}$$

$$s = \left(\frac{50 \text{ sn} + 65 \text{ sn}}{2}\right) 20 \text{ m/sn}$$

s = 1150 m.

AB = t_2 = 50 sn

0C = $t_1 + t_2 + t_3$ = 10 + 50 + 5 = 65 sn

AE = v = 20 m/sn.

1 — 8. Yol kavşağında bekleyen bir otomobil, trafik lâmbasının yeşili yanar yanmaz 3 m/sn² lik sabit bir ivme ile hareket ediyor. Aynı anda 15 m/sn lik sabit bir hızla giden bir kamyon otomobili geçmeye başlıyor.

a) Otomobil hareket noktasından ne kadar uzakta kamyonu geçmeye başlıyacaktır?

b) Otomobilin kamyonu geçmeye başladığı andaki hızı ne kadardır?
(İki arabanın önü, aynı hizada olduğunda geçme işinin başlamış olduğunu hatırlayınız)

ÇÖZÜMÜ: a) Otomobilin, kamyonu geçmeye başladığı ana kadar aldığı yolu s_1 ve bu süre içinde kamyonun aldığı yolu s_2 ile gösterelim.

Otomobil, düzgün hızlanan bir hareketle s_1 yolunu aldığına göre,

$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 3\ m/sn^2 \times t^2$ bağıntısını yazabiliriz.

Kamyon, düzgün bir hareketle s_2 yolunu aldığına göre,

$s_2 = vt = 15\ m/sn \times t$ bağıntısını yazabiliriz.

Geçme anında her iki vasıtanın alacağı yollar eşit olacağından $s_1 = s_2$ yazılarak, otomobilin harekete başladığı andan kamyonu geçmeye başladığı ana kadar geçen t zaman süresi bulunur.

$$s_1 = s_2 \quad , \quad \frac{1}{2} \times 3\ m/sn^2 \times t^2 = 15\ m/sn \times t \quad , \quad t = 10\ sn.$$

Bu süre içinde otomobilin aldığı s_1 yolu;

$$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad ,$$

$$s_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 3\ m/sn^2 \times 100\ sn^2 = 150\ m \text{ dir.}$$

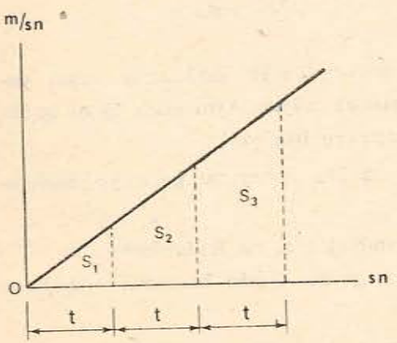
b) Otomobilin kamyonu geçmeye başladığı andaki v hızı;

$v = v_0 + at$

$v = 0 + 3\ m/sn^2 \times 10\ sn = 30\ m/sn$ dir.

1 — 9. Yerden 1800 metre yükseklikte, hareketsiz olarak duran bir balondan bırakılan bir kum torbasının 3 eşit zamanda alacağı yolları hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: Kum torbasının hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir. Hareketin hız - zaman diyagramı (Şek. 6) da gösterilmiştir. s_1, s_2 ve s_3 sıra ile eşit zamanlarda alınan yollardır.



Şek. 6

İlk hız, $v_0 = 0$ olduğuna göre, t, 2t ve 3t zaman sürelerinde alınan yollar için;

$$s_1 = \frac{1}{2} gt^2 \qquad (1)$$

$$s_1 + s_2 = \frac{1}{2} g (2t)^2 \qquad (2)$$

$$s_1 + s_2 + s_3 = \frac{1}{2} g (3t)^2 \qquad (3)$$

bağıntılarını yazabiliriz.

(2) eşitliğinden s_2 yolu;

$$s_2 = \frac{1}{2} g (2t)^2 - s_1 = \frac{1}{2} gt^2 \times 4 - \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} gt^2 \times 3$$

$s_2 = 3s_1$

(3) eşitliğinden s_3 yolu;

$$s_3 = \frac{1}{2} g (3t)^2 - (s_1 + s_2) = \frac{1}{2} g (3t)^2 - \frac{1}{2} g (2t)^2$$

$$s_3 = \frac{1}{2} gt^2 \times 5 = 5s_1$$

(Toplam yol) $s = s_1 + s_2 + s_3$

$1800 = s_1 + 3s_1 + 5s_1$

$1800 = 9s_1$

$s_1 = 200$ m

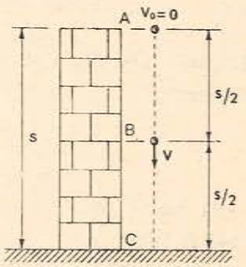
$s_2 = 3s_1 = 600$ m

$s_3 = 5s_1 = 1000$ m olarak bulunur.

1 — 10. Bir kulenin tepesinden küçük bir taş bırakılıyor. Bu taş, kulenin yarı yüksekliğini geçtiği andan 1 saniye sonra yere çarpıyor. Buna göre;

a) Taşın, düşme süresini,

b) Kulenin yüksekliğini, hesaplayınız.



Şek. 7

ÇÖZÜMÜ: a) Taşın düşme süresini t, kulenin yüksekliğini s ile gösterelim (Şek. 7). A noktasından bırakılan taş, AB (s/2) yolunu (t — 1) sn ve ondan sonraki BC (s/2) yolunu da 1 saniyede alacaktır. Taşın hareketi, düzgün hızlanan bir harekettir. Taşın B noktasındaki hızı v ve yer çekimi ivmesi $g = 9{,}8\ m/sn^2$ olduğuna göre;

$$AB = s/2 = \frac{1}{2} g (t-1)^2 \qquad (1)$$

$$BC = s/2 = v \times 1 + \frac{1}{2} g \times 1^2 \qquad (2) \text{ eşitliklerini yazabiliriz.}$$

(1) ve (2) eşitliklerinden,

$$\frac{1}{2}\, g\,(t-1)^2 = v \times 1 + \frac{1}{2}\, g \times 1^2 \qquad (3)$$

$v = v_0 + g\,(t-1) = 0 + g\,(t-1) = g\,(t-1)$ dir.

v nin bu değeri (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\frac{1}{2}\, g\,(t^2-2t+1) = g\,(t-1) + \frac{1}{2}\, g$$

$t^2 - 4t + 2 = 0$ denklemi bulunur. Bu denklemin $t = 3{,}41$ sn olan kökü, sorumuzun cevabıdır.

b) Kulenin s yüksekliği,

$$s = \frac{1}{2}\, gt^2$$

$$s = \frac{1}{2} \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 11{,}6281\ \text{sn}^2$$

$s = 56{,}97769$ m olarak bulunur.

1 — 11. Bir taş 144 ft (feet) yükseklikteki bir köprüden bırakılıyor. 1 saniye sonra diğer bir taş, düşey doğrultuda aşağıya doğru fırlatılıyor. Her iki taş, aynı zamanda nehrin suyuna çarptığına göre, fırlatılan taşın ilk hızını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : İlk taşın, bırakıldığı andan suya düşünceye kadar geçen zamanı t ile gösterelim.

$$s = \frac{1}{2}\, gt^2$$

$v_0 =$ (ilk hız)
$s = 144$ ft (yol)
$g = 32$ ft/sn² (yer çekimi ivmesi)
$t = ?$

$$144\ \text{ft} = \frac{1}{2} \times 32\ \text{ft/sn}^2 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{288\ \text{ft}}{32\ \text{ft/sn}^2}$$

$t = 3$ sn

O halde fırlatılan 2. taşın hareket süresi $t_1 = t - 1 = 2$ sn dir. Bu taşın v'_0 ilk hızı;

$$s = v'_0 t_1 + \frac{1}{2}\, g t_1^2$$

$t_1 = 2$ sn
$g = 32$ ft/sn²
$s = 144$ ft
$v'_0 = ?$

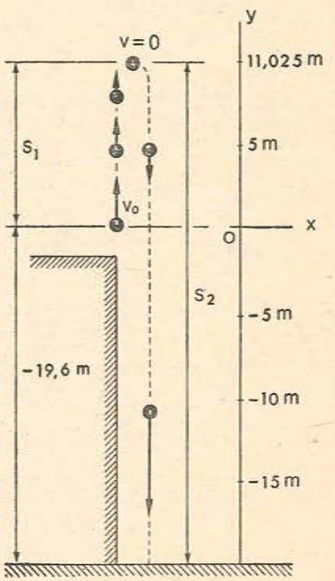
$$144\ \text{ft} = v'_0 \times 2\ \text{sn} + \frac{1}{2} \times 32\ \text{ft/sn}^2 \times 4\ \text{sn}^2$$

$$144\ \text{ft} - 64\ \text{ft} = v'_0 \times 2\ \text{sn}$$

$$v'_0 = \frac{80\ \text{ft}}{2\ \text{sn}} = 40\ \text{ft/sn}$$ olarak bulunur.

1 — 12. Yüksek bir binanın tepesinde bulunan bir kimse, ufak bir topu, düşey olarak yukarıya doğru 14,7 m/sn lik hızla fırlatıyor. Topun atıldığı noktanın yerden yüksekliği 19,6 m olduğuna göre; top, atıldığı andan ne kadar zaman sonra yere düşer? ($g = 9{,}8$ m/sn²)

ÇÖZÜMÜ : Atılan topun takip ettiği yol, şematik olarak (Şek. 8) de nokta nokta gösterilmiştir. Top, s_1 yolunu düzgün yavaşlayan, s_2 yolunu ise düzgün hızlanan bir hareketle alır.



Şek. 8

Topun, en yüksek noktaya erişmesi için geçen t_1 zamanı;

$v_0 = 14{,}7$ m/sn (ilk hız)
$g = -9{,}8$ m/sn² (ivme)
$v = 0$ (son hız)
$t_1 = ?$

$$v = v_0 + gt_1$$
$$0 = 14{,}7\ \text{m/sn} - 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times t_1$$
$$t_1 = \frac{14{,}7\ \text{m/sn}}{9{,}8\ \text{m/sn}^2}$$

$t_1 = 1{,}5$ sn dir.

Bu zaman içinde alınan s_1 yolu;

$v_0 = 14{,}7$ m/sn $\quad s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$

$g = -9{,}8$ m/sn²

$t_1 = 1{,}5$ sn

$s_1 = ?$ $\quad s_1 = 14{,}7 \text{ m/sn} \times 1{,}5 \text{ sn} + \frac{1}{2} (-9{,}8 \text{ m/sn}^2) \times 2{,}25 \text{ sn}^2$

$s_1 = 11{,}025$ m.

Topun, düzgün hızlanan bir hareketle alacağı s_2 yolu;

$s_2 = 19{,}6 \text{ m} + 11{,}025 \text{ m}$

$s_2 = 30{,}625$ m olur.

Topun, bu yolu (s_2 yolunu) alması için geçen t_2 zamanı ise;

$v = v'_0 = 0$ (ilk hız) $\quad s_2 = v'_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$

$s_2 = 30{,}625$ m

$g = 9{,}8$ m/sn²

$t_2 = ?$ $\quad 30{,}625 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times t_2^2$

$$t_2^2 = \frac{30{,}625 \text{ m} \times 2}{9{,}8 \text{ m/sn}^2}$$

$t_2 = 2{,}5$ sn dir.

O halde top, atıldığı andan,

$t = t_1 + t_2 = 1{,}5 + 2{,}5 = 4$ sn sonra yere düşer.

Problemin başka bir yolla çözümü:

Hareketin yol denklemi,

$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ dir.

Topun atıldığı nokta, orijin olarak seçilerek $s = -19{,}6$ m için t zamanı,

$-19{,}6 = 14{,}7\, t - \frac{1}{2} \times 9{,}8\, t^2$

$t^2 - 3t - 4 = 0$ (1)

$t = \frac{3 + \sqrt{25}}{2} = 4$ sn olarak bulunur.

Not: (1) denkleminden bulunacak negatif zamanın ($t = -1$ sn), bu problemde fizik bakımından bir manası yoktur.

(Matematik olarak; top yerden düşey olarak yukarıya doğru 24,5 m/sn lik hızla atıldığında zaman $t = -1$ sn ise, top 0 noktasına vardığında $t = 0$ zamanında hızı 14,7 m/sn olur.)

1 — 13. Bir çocuk ufak bir topu, 11,76 m/sn lik hızla düşey olarak yukarıya doğru atıyor. Çocuk bu topu, yerden aynı yükseklikte (atıldığı noktada) tekrar yakaladığına göre;

a) Topun, en yüksek noktaya çıkması için atıldığı andan itibaren geçen zamanı,

b) Topun, atıldığı noktadan ne kadar yükseğe çıktığını,

c) Topun, havada kalış zamanını,

d) Topun, yakalanırken çocuğun eline ne kadarlık bir hızla çarptığını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: a) Topun yukarıya doğru olan hareketi, düzgün yavaşlayan bir harekettir. Top bu hareketine, hızı sıfır oluncaya kadar devam eder. Bu hareketin süresi, bize topun atıldığı noktadan en yüksek noktaya çıkması için geçen zamanı verir. Bu zamanı t_1 ile gösterelim.

$v_0 = 11{,}76$ m/sn (ilk hız) $\quad v = v_0 + g t_1$

$g = -9{,}8$ m/sn² (ivme) $\quad 0 = 11{,}76 \text{ m/sn} - 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times t_1$

$v = 0$ (son hız)

$t_1 = ?$ (hareketin süresi) $\quad t_1 = \frac{11{,}76 \text{ m/sn}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2}$

$t_1 = 1{,}2$ sn.

b) Bu süre içinde ($t_1 = 1{,}2$ sn) alınan s_1 yolu ise, topun atıldığı noktadan ne kadar yükseğe çıkacağını verir.

$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$

$s_1 = 11{,}76 \text{ m/sn} \times 1{,}2 \text{ sn} + \frac{1}{2} (-9{,}8 \text{ m/sn}^2) \times 1{,}44 \text{ sn}^2$

$s_1 = 7{,}056$ m.

Top, gerçekte bu yüksekliğe ulaşamaz. Problemimizde havanın direnci ihmal edilmiştir.

c) Topun hareketi, aynı noktada başlayıp aynı noktada sona erdiğine göre; hareketin sonunda alınan yol sıfırdır. O halde topun havada kalış zamanı:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$0 = 11{,}76 \text{ m/sn} \times t + \frac{1}{2} (-9{,}8 \text{ m/sn}^2)\, t^2$$

$t = 2{,}4$ sn dir.

$t = 2t_1$ olduğuna dikkat ediniz.

d) $v_1 = v_0 + gt$

$v_1 = 11{,}76 \text{ m/sn} - 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times 2{,}4 \text{ sn}$

$v_1 = -11{,}76$ m/sn

Topun, çocuğun eline atıldığı hızla çarptığına dikkat ediniz. (—) işareti v_1 hızının, v_0 hızı ile zıt yönlü olduğunu ifade eder.

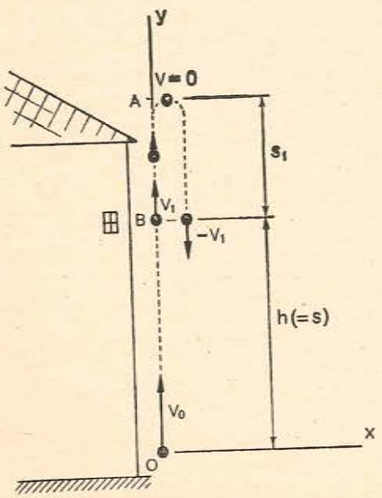
Bu tip problemlerde:

Yükselme zamanı = Düşme zamanı

$t_1 = t_2$

$t_2 = t - t_1 = 2{,}4 - 1{,}2 = 1{,}2$ **sn.**

1 — 14. Düşey olarak yukarıya doğru atılan bir top, bir apartmanın bir penceresinden, $t_1 = 1$ saniye sonra ve ikinci defa $t_2 = 4$ saniye sonra geçiyor.



Şek. 9

a) Topun ilk hızını,

b) Pencerenin topun atıldığı noktadan olan yüksekliğini hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: a) Topun 0 noktasından düşey olarak yukarıya doğru atıldığını düşünelim (Şek. 9). Apartman penceresinin bu noktadan olan yüksekliği 0B = h (= s) olsun.

Topun, $s + 2s_1$ yolunu alması için geçen zaman $t_2 = 4$ sn dir. Top, h (= s) yolunu $t_1 = 1$ sn de aldığına göre, aynı bir noktadan (B noktasından) v_1 hızı ile düşey olarak yukarıya doğru atılan topun aynı noktaya gelmesi ($2s_1$ yolunu alması) için geçen zaman $t_2 - t_1 = 4 - 1 = 3$ sn dir.

Yükselme zamanı = düşme zaman olduğundan top, BA (= s_1) yolunu 1,5 sn de almış olur. O halde topun, 0 noktasından en yüksek noktaya (A noktasına) çıkması için geçen zaman $t = 1{,}5 + 1 = 2{,}5$ sn dir.

Buna göre topun ilk hızı;

$v = 0$
$t = 2{,}5$ sn
$g = -9{,}8$ m/sn²
$v_0 = ?$

$v = v_0 + gt$
$0 = v_0 - 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times 2{,}5$ sn
$v_0 = 24{,}5$ m/sn dir.

b) Topun $t_1 = 1$ sn de aldığı s yolu (= h yüksekliği) ise;

$$s = v_0 t_1 + \frac{1}{2} gt_1^2$$

$v_0 = 24{,}5$ m/sn
$t_1 = 1$ sn
$g = -9{,}8$ m/sn²
$s = ?$

$s = 24{,}5 \text{ m/sn} \times 1 \text{ sn} + \frac{1}{2} (-9{,}8 \text{ m/sn}^2) \times 1 \text{ sn}^2$

$s = 24{,}5 \text{ m} - 4{,}9 \text{ m}$

$s = 19{,}6$ m dir.

Bu problemi şöyle de çözebiliriz:

Hareketin yol denklemi,

$s = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$ dir. Bu denklemi,

$gt^2 - 2v_0 t + 2s = 0$

$t^2 - \frac{2v_0}{g} t + \frac{2s}{g} = 0$ şeklinde yazabiliriz.

t_1 ve t_2 bu denklemin kökleri olduğundan

$$t_1 + t_2 = \frac{2v_0}{g} \qquad (1)$$

$$t_1 \times t_2 = \frac{2s}{g} \qquad (2) \text{ yazılarak}$$

(1) eşitliğinden v_0 ,

$$1 + 4 = \frac{2v_0}{9{,}8}$$

$$v_0 = \frac{9{,}8 \times 5}{2} = 24{,}5 \text{ m/sn} \quad \text{ve}$$

(2) eşitliğinden s (= h yüksekliği) yolu,

$$1 \times 4 = \frac{2s}{9{,}8}$$

$$s = \frac{9{,}8 \times 4}{2} = 19{,}6 \text{ m} \quad \text{olarak bulunur.}$$

Not: Bu problemi B noktasındaki çıkış ve iniş hızlarından yararlanarak çözünüz.

1 — 15. Yüksek bir kulenin tepesinden bir taş, düşey olarak yukarıya doğru 20 m/sn lik hızla atılıyor. Aynı anda bir başka taş ilk hızsız aşağıya doğru bırakılıyor. Kaç saniye sonra bu iki taşın arasındaki uzaklık 40 metre olur?

ÇÖZÜMÜ: Yukarıya doğru atılan taşın t zamanda aldığı yolu s_1, bırakılan taşın t zamanda aldığı yolu ise s_2 ile gösterelim.

Yukarıya doğru atılan taşın yol denklemi:

$$s_1 = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \qquad (1)$$

İlk hızsız olarak düşmeye bırakılan taşın yol denklemi:

$$s_2 = \frac{1}{2} gt^2 \qquad (2)$$

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$s_1 + s_2 = v_0 t$ (3) denklemi bulunur.

$s_1 + s_2 = 40$ m ve $v_0 = 20$ m/sn olarak bilindiğine göre t zamanı,

$s_1 + s_2 = v_0 t$

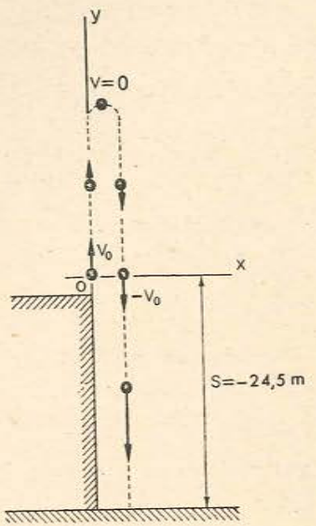
$40 \text{ m} = 20 \text{ m/sn} \times t$

$t = 2$ sn olarak bulunur.

1 — 16. Yüksek bir binanın terasından düşey olarak yukarıya doğru atılan bir top, 5 saniye sonra yere düşüyor (Şek. 10). Topun atıldığı noktanın yerden yüksekliği 24,5 metre olduğuna göre;

a) Topun ilk hızını,

b) Topun, atıldığı noktadan ne kadar zaman sonra geçeceğini bulunuz.



Şek. 10

ÇÖZÜMÜ: a) Topun atıldığı nokta orijin olarak seçilerek t = 5 saniye için, s = —24,5 m alınarak topun ilk hızı;

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$-24{,}5 = v_0 \times 5 - \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 25$$

$$122{,}5 \text{ m} - 24{,}5 \text{ m} = v_0 \times 5 \text{ sn}$$

$$v_0 = \frac{98 \text{ m}}{5 \text{ sn}} = 19{,}6 \text{ m/sn olarak bulunur.}$$

b) Top, atıldığı noktadan t_1 saniye sonra geçmiş olsun. s = 0 alınarak t_1 zamanı;

$$s = v_0 t_1 - \frac{1}{2} gt_1^2$$

$$0 = 19{,}6 \text{ m/sn} \times t_1 - \frac{1}{2} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times t_1^2$$

$$t_1 = \frac{19{,}6 \text{ m/sn}}{4{,}9 \text{ m/sn}^2} = 4 \text{ sn}$$

Top, atıldığı noktadan 4 saniye sonra geçer.

1 — 17. Bir cisim düz bir yolda bir süre hareket ediyor. Bu cismin t zamanda aldığı s yolu, $s = 5t + 2t^2$ denklemi ile belirtildiğine göre, MKSA sistem birimleriyle,

a) Hareketin ivmesini,

b) 3 üncü saniye sonunda cismin hızını, bulunuz.

CEVAP: a) 4 m/sn² , b) 17 m/sn.

1 — 18. Bir otomobil fabrikası imal ettiği arabanın hızının, 10 saniye içinde 28,8 km/saat'tan 72 km/saat'a çıkabildiğini reklâm yapmaktadır.

a) İvmeyi m/sn² olarak,

b) Bu süre içinde arabanın aldığı yolu m olarak hesaplayınız.

CEVAP : a) 1,2 m/sn² , b) 140 m.

1 — 19. Bir uçak, 162 km/saat'lık hız kazandığında havalanabiliyor. Motorları, uçağa 1,5 m/sn² lik bir ivme verdiğine göre,

a) Uçağın havalanabilmesi en az ne kadarlık bir yolda olabilir?

b) Uçağın havalanabilmesi için gerekli zaman ne kadardır?

CEVAP : a) 675 m , b) 30 sn.

1 — 20. Bir çakıl taşı bir köprüden düşey olarak aşağıya doğru 10 m/sn lik bir hızla atılıyor. Taş, 2 saniye sonra nehrin suyuna çarptığına göre;

a) Köprünün yüksekliğini,

b) Taşın suya çarpma hızını hesaplayınız. ($g = 9{,}8$ m/sn²)

CEVAP : a) 39,6 m , b) 29,6 m/sn.

1 — 21. Bir otomobil sükûnetten harekete geçerek 15 saniye içinde 72 km/saat'lık hız kazanıyor.

a) İvmeyi sabit kabul ederek m/sn² olarak hesaplayınız.

b) Otomobil aynı ivme ile hızlanmaya devam ederse hızının 72 km/saat'tan 108 km/saat'a ulaşması için bu arada geçen zaman ne olur?

CEVAP : a) $\frac{4}{3}$ m/sn² , b) 7,5 sn.

1 — 22. Bir otobüs şoförü, ilk duraktan hareket ederek hızını, düzgün bir artışla 75 m de 36 km/saat'a yükseltiyor. Bundan sonra hızında değişme olmaksızın 275 m yol alıyor ve ikinci durağa 50 m kala şoför, frene basıyor ve düzgün bir yavaşlamadan sonra otobüsü ikinci durakta durduruyor. Otobüs şoförü, bu iki durak arasındaki yolu ne kadar zamanda almıştır?

CEVAP : 52,5 sn.

1 — 23. v_1 hızı ile yol almakta olan bir trenin makinisti, d kadar önünde, aynı yol üzerinde ve aynı yöne doğru daha küçük bir v_2 hızı ile gitmekte olan bir yük treni görüyor. Makinist hemen frenlere basarak trenine bir a yavaşlama ivmesi veriyor.

$d > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$ olursa çarpma olmayacağını,

$d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$ olursa çarpma olacağını gösteriniz.

Not : Yük treninin v_2 hızında değişme olmadığını kabul ediniz.

1 — 24. 72 km/saat'lık hızla gitmekte olan bir tren makinisti, gördüğü bir işaret üzerine trenin hızını, 875 metre yol üzerinde 54 km/saat'a indiriyor. Trenin yavaşlaması sabit bir ivme ile olduğuna göre;

a) Hareketin ivmesini,

b) Trenin, 875 m lik yolu ne kadar zamanda almış olduğunu hesaplayınız.

CEVAP : a) —0,1 m/sn² , b) 50 sn.

1 — 25. Bir otomobil sabit bir ivme ile sükûnetten harekete geçiyor. Bir süre yol aldıktan sonra işaretlenmiş olan iki nokta arasındaki 63 m lik yolu da 6 saniyede alıyor. İkinci noktadan geçerken otomobilin hızı, 15 m/sn olduğuna göre;

a) Otomobilin, ilk noktadan geçerken hızı ne kadardır?

b) İvme kaç m/sn² dir?

c) Otomobil, harekete başladığı andan birinci noktaya gelinceye kadar ne kadar yol almıştır?

CEVAP : a) 6 m/sn , b) 1,5 m/sn² , c) 12 m.

1 — 26. Bir tren bir istasyondan hareket ederek düzgün bir artışla hızını, 108 km/saat'lık maksimum hıza yükseltiyor. Bu hızla ikinci istasyona 450 metre kalana kadar yoluna devam ediyor. Bundan sonra düzgün olarak yavaşlayarak ikinci istasyonda duruyor. Trenin hızlanma ivmesi 0,4 m/sn² ve iki istasyon arasındaki uzaklık 18975 metre olduğuna göre;

a) Tren, maksimum hızına, ne kadarlık bir yol aldıktan sonra erişir?

b) Yavaşlama ivmesi ne kadardır?

c) Tren, iki istasyon arasındaki bu yolu ne kadar zamanda alır?

CEVAP : a) 1125 m , b) —1 m/sn² , c) 11 dakika 25 sn.

1 — 27. Bir balon 30 ft/sn lik hızla yükselirken, bırakılan bir kum torbası 10 saniye sonra yere düşüyor. Kum torbası yere düştüğü anda balonun, yerden olan yüksekliği acaba ne kadardır?

Balonun yükselme hızında değişme olmadığını kabul ediniz. $g = 32$ ft/sn^2.

CEVAP : 1600 ft.

1 — 28. Bir köprü üzerinde bulunan bir çocuk, 72 km/saat'lık sabit bir hızla gelmekte olan bir treni görür görmez elindeki küçük bir topu aşağıya doğru 5 m/sn lik bir hızla atıyor. Top, lokomotifin 1 m önüne düşüyor. Topun yere düşmesi için geçen süre içinde tren 40 m yol aldığına göre, köprünün yüksekliğini bulunuz. (Topun atıldığı noktanın, köprüden olan yüksekliği 60 cm dir.)

CEVAP : 29 m.

1 — 29. Bir şoför, arabasını sükûnetten harekete geçirerek düzgün bir artışla hızını 90 km/saat'a yükseltiyor. Tam bu anda gördüğü bir işaret üzerine fren yaparak arabasını durduruyor. Harekete başladığı andan duruncaya kadar geçen zaman 30 saniye olduğuna göre, şoför hareket ettiği yerden ne kadar uzaklaşmıştır?

CEVAP : 375 m.

1 — 30. Park yerinde dinlenen bir şoför, arabasını hareket ettirerek düz bir yolda, 10 saniye içinde hızını 72 km/saat'a yükseltiyor. Bu hızla 82 saniye yol alıyor. Bilâhare önündeki yük kamyonunu geçmek için hızını, 8 saniye içinde düzgün olarak artırarak 108 km/saat'a çıkarıyor ve kamyonu geçiyor. Bu hızla da (108 km/saat) 3 dakika yol alıyor. Bundan sonra frene basarak arabasına 2,5 m/sn^2 lik bir yavaşlama ivmesi uyguluyor ve bir benzin istasyonunda duruyor.

a) Park yerinin, benzin istasyonuna olan uzaklığını,
b) Bu yolu alması için geçen zamanı,
c) Ortalama hızın değerini hesaplayınız.

CEVAP : a) 7,52 km , b) 4 dakika 52 sn , c) 25,7 m/sn.

1 — 31. Bir çocuk düşey olarak yukarıya doğru attığı topunu, 3 saniye sonra tekrar yakalıyor.

a) Acaba çocuk topu ne kadarlık bir hızla atmıştır?
b) Top, atıldığı noktadan ne kadar yükseğe çıkmıştır? ($g = 9,8$ m/sn^2)

CEVAP : a) 14,7 m/sn , b) 11,025 m.

1 — 32. Bir top düşey olarak yukarıya doğru atıldığında 49 ft (feet) yükseldiğine göre;

a) Topun ne kadarlık bir hızla atıldığını,
b) Topun havada kalış zamanını hesaplayınız ($g = 32$ ft/sn^2).

CEVAP : a) 56 ft/sn , b) 3,5 sn.

1 — 33. Hareketsiz olarak 490 metre yüksekte bulunan bir balondan bir taş bırakılıyor. 1 saniye sonra da başka bir taş 73,5 m/sn lik hızla düşey olarak aşağı doğru atılıyor.

a) Yere, hangi taş önce düşer?
b) Bu taş yere düştüğü anda diğer taş yerden ne kadar yüksekte bulunur?
c) Yere çarpan bu iki taşın, çarpma hızları arasındaki fark ne kadardır?

CEVAP : a) 73,5 m/sn lik hızla atılan taş, diğer taştan 4 sn önce yere düşer.
b) 313,6 m
c) 24,5 m/sn.

1 — 34. Yerden yüksekliği 24 metre olan bir dairenin balkonundan 14,7 m/sn lik hızla düşey olarak yukarıya doğru bir top atılıyor. 2 saniye sonra başka bir top aşağıya doğru bırakılıyor. Bu iki top nerede birbiriyle karşılaşırlar? ($g = 9,8$ m/sn^2).

CEVAP : Yerden 4.4 m yüksekte.

1 — 35. Sabit bir ivme ile hareketine devam eden bir tren 10 uncu saniyede 8 metre ve 12 nci saniyede ise 6 metre yol alıyor.

a) İlk hızını,
b) İvmesini bulunuz.

CEVAP : a) 17,5 m/sn , b) -1 m/sn^2

BÖLÜM

II

KUVVET ve HAREKET

Newton'un birinci kanunu : Bir cisme, aynı anda birçok kuvvet etki edebilir ve bu kuvvetlerin bileşkesi sıfır olabilir. Bu durumda cisim, sükûnette ise sükûnette kalır, harekette ise, bir doğru boyunca sabit bir hızla hareketine devam eder.

Newton'un birinci kanununun lâtinceden tercüme edilen ifadesi şöyledir :

«Her cisim, üzerine bir kuvvet etki etmedikçe, sükûnet durumunu veya düzgün doğrusal hareketini muhafaza eder.»

Newton'un ikinci kanunu : Bir cisme dengelenmemiş bir kuvvet etki ederse acaba ne olur?

1. Düz ve sürtünmesiz (sürtünmeyi bilyalı yataklı küçük tekerlekler kullanarak çok küçültebiliriz) bir masa üzerinde sükûnette bulunan ve kütlesi birkaç kilogram olan bir cisme, doğru olarak ayarlanmış bir dinamometre kullanarak bir F kuvveti etki ettirirsek, bu cisim bir ivme kazanır. Bu ivmeyi ölçelim. Bundan sonra aynı cisme önceki kuvvetin iki katı büyüklüğünde bir kuvvet etki ettirelim ve ivmeyi ölçelim. Bulunan ivmeler karşılaştırıldığında ikinci ivmenin, birincinin iki katı olduğu görülür. Cisme etki ettirilen kuvvet 3F olursa ölçülen ivme, birincinin üç katı olur. Deney sonuçları ivmenin kuvvetle doğru orantılı olduğunu gösterir.
2. Bundan sonra seçtiğimiz 0,2 kgf'lik bir kuvvetin 1 kg'lık bir kütleye vereceği ivmeyi ölçelim. Kuvveti sabit tutalım, ivmelenen kütleyi 2 kg'a çıkaralım. Bu defa ivmenin, ilk ivmenin ikide biri olduğunu buluruz. İvmelenen kütleyi 3 kg'a yükseltir yine ivmeyi ölçersek, bunun ilk ivmenin üçte biri olduğunu buluruz. O halde ivme, ivmelenen kütle ile ters orantılıdır.

İki deney sonuçlarını birleştirirsek,

$$a = \frac{kF}{m} \qquad (2-1)$$

Bu denklem, Newton'un ikinci kanununun bir ifadesidir. **Bir cisme, dengelenmemiş bir kuvvet etki ederse cisme bir ivme kazandırır. Cismin ivmesi, bu cisme etki eden dengelenmemiş kuvvetle doğru, cismin kütlesi ile ters orantılıdır.**

(2 — 1) denklemindeki k katsayısı; kuvvet, kütle ve ivmenin birimlerine tabidir.

MKSA birim sisteminde :	**GGS birim sisteminde :**
m (kütle) = kilogram (= kg)	m = gram (= gr)
a (ivme) = m/sn^2	a = cm/sn^2
F (kuvvet) = newton (= nt)	F = dyne (din)
k = 1	k = 1

Bu birim sistemlerini kullandığımızda Newton'un ikinci kanununu, $F = ma$ (2 — 2) şeklinde yazabiliriz.

Newton, bir kilogramlık bir kütleye 1 m/sn^2 lik ivme veren bir kuvvettir.

M.Kgf.S gravitasyon birim sisteminde :

F = Kilogram kuvvet veya kilogram ağırlık (= kgf)

a = m/sn^2

$$m = \frac{W \text{ (cismin ağırlığı) kgf}}{g\ m/sn^2}$$ olarak alınarak,

Newton'un ikinci hareket kanunu bu sistemde

$$F = \frac{W}{g} \times a \qquad (2-3)$$ şeklinde uygulanır.

Bu sistemde kütle biriminin özel bir adı yoktur. Yerçekimi ivmesi, $g = 9{,}8\ m/sn^2$ dir.

1 kgf = 9,8 nt

1 nt = 10^5 dyne

Newton'un üçüncü kanunu : Her hangi bir kuvvetin varlığı, iki cisim arasında karşılıklı etkinin bir ifadesidir. Her hangi bir cisim diğer bir cisme etkiyince ikinci cisimde birinciye aynı doğrultuda zıt yönde ve eşit şiddette bir kuvvet uygular. Bu sebeple tek bir kuvvetin varlığı düşünülemez. İki cisim arasında bu karşılıklı etkiyi ifade eden iki kuvvetten birine «ETKİ» diğerine «TEPKİ» denir. Kuvvetlerden birisi etki kabul edilirse, diğeri birinciye karşı tepki olarak düşünülebilir. Kuvvetlerin bu özelliği, Newton'un üçüncü kanununda aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir. **«Tabiatta kuvvetler daima çift olarak ortaya çıkar.»**

Sürtünme : Bir cisim bir masa üzerinde itildiğinde veya yuvarlandığında bir dirençle karşılaşır. Bu dirence **sürtünme** adı verilir. Bu kuvvet, yüzeyleri birbirlerine dik olarak iten kuvvete ve yüzeylerin cins ve özelliklerine bağlıdır.

Bir cisim bir yüzey üzerinde kaydığı vakit, sürtünme kuvvetinin doğrultusu, daima bu yüzeye paraleldir. Sürtünme kuvvetinin yönü ise, hareketin yönüne zıddır.

İki yüzey arasındaki normal kuvvet N olduğuna göre, R sürtünme kuvveti;

$R = \mu_k \times N$ (2—4) olur.

μ_k = kinetik sürtünme katsayısıdır.

PROBLEMLER

2 — 1. 3 kg'lık bir kütlenin,

a) Newton (= nt),

b) Kilogram kuvvet (= kgf),

c) Dyne (din) olarak ağırlığını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) $W = mg = 3\ kg \times 9{,}8\ m/sn^2 = 29{,}4\ kg.m/sn^2 = 29{,}4\ nt$

b) 3 kg «—» 3 kgf

c) $W = 29{,}4\ nt \times 10^5 = 2940000$ dyne.

2 — 2. 2000 kg'lık bir kütleye 100 kgf'lık dengelenmemiş bir kuvvet etki ederse, kütleye ne kadarlık bir ivme kazandırır?

ÇÖZÜMÜ :

$m = 2000\ kg$

$F = 100\ kgf = 100 \times 9{,}8 = 980\ nt$

$a = ?$

$F = ma$

$a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{980\ nt}{2000\ kg}$

$a = 0{,}49\ m/sn^2$

2 — 3. 20 kg'lık bir kütleye 2 m/sn² lik ivme veren dengelenmemiş kuvvet ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ :

$m = 20\ kg$

$a = 2\ m/sn^2$

$F = ?$

$F = ma$

$F = 20\ kg \times 2\ m/sn^2$

$F = 40\ kg.m/sn^2 = 40\ nt = \dfrac{40}{9{,}8}$ kgf'dir.

2 — 4. Bir otomobilin kütlesi 1600 kg'dır. Mevcut olan toplam yavaşlatıcı sürtünme kuvvetleri 250 nt olduğuna göre, bu otomobile 1,5 m/sn² lik bir ivme vermek için tatbik edilmesi gerekli kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : Tatbik edilmesi gerekli olan çekici kuvveti T ile gösterelim. Otomobile etki eden, dengelenmemiş kuvvet T — R dir. Newton'un ikinci kanununa göre,

$T - R = ma$ eşitliğini yazarak T kuvveti,

$T - 250\ nt = 1600\ kg \times 1{,}5\ m/sn^2 = 2400\ nt$

$T = 2400\ nt + 250\ nt = 2650\ nt$

$T = \dfrac{2650}{9{,}8} = 270{,}4$ kgf olarak bulunur.

2 — 5. Bir roketin toplam kütlesi 2×10^4 kg'dır. Bunun yarısı yakıttır. Ateşlenen rokete, düşey olarak yukarıya doğru 5×10^6 newton'luk çekici bir kuvvet uygulanıyor. Hava sürtünmesini ve yerçekimi ivmesindeki değişiklikleri nazarı itibara almıyarak,

a) İlk ivmeyi,

b) Son yakıt kullanıldığındaki ivmeyi bulunuz ($g = 10\ m/sn^2$ alınacak).

ÇÖZÜMÜ : a) Çekici kuvvete karşı olan kuvvet roketin ağırlığıdır. O halde dengelenmemiş kuvvet

$F = 5 \times 10^6\ nt - 2 \times 10^4 \times 10\ nt$ dur.

Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

$5 \times 10^6\ nt - 2 \times 10^5\ nt = ma_1$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten a_1 ivmesi,

$$a_1 = \frac{5 \times 10^6\ nt - 2 \times 10^5\ nt}{2 \times 10^4\ kg} = 240\ m/sn^2 \text{ olarak bulunur.}$$

b) Son yakıt kullanıldığında roketin kütlesi 10^4 kg kalır. Bu durumda;

(Dengelenmemiş kuvvet) $F_1 = 5 \times 10^6$ nt — roketin ağırlığı,

$F_1 = 5 \times 10^6\ nt - 10^4 \times 10\ nt$ dur.

$F_1 = m_1 a_2$ dir. Bu eşitlikten a_2 ivmesi,

$$a_2 = \frac{5 \times 10^6\ nt - 10^5\ nt}{10^4\ kg} = 490\ m/sn^2 \text{ olarak bulunur.}$$

2 — 6. Yatay bir yüzey üzerinde bulunan ve birbirlerine s ipi ile bağlı olan A ve B cisimlerinin kütleleri $m_1 = 6$ kg ve $m_2 = 4$ kg'dır (Şek. 11a). A cismine yüzeye paralel 2 kgf'lık bir kuvvet uygulandığında;

a) Sistemin ivmesi,

b) s ipinin gerilimi ne olur?

(Sürtünmeleri ihmal ediniz.)

(a) (b)

Şek. 11

ÇÖZÜMÜ : a) A cismine F = 2 kgf'lık bir kuvvet uygulandığında bu cisim sağa doğru harekete başlar ve s ipini çeker. Dolayısiyle A cismi B cismine T kuvvetini uygular (Şek. 11b). Newton'un üçüncü kanununa göre, B cismi de A cismine —T kuvvetini uygular.

Newton'un ikinci hareket kanununu ayrı ayrı m_1 ve m_2 kütlelerine tatbik ederek,

$F - T = m_1a$ (1)

$T = m_2a$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplandığında,

$F = m_1a + m_2a$ (3) denklemi bulunur. Bu denklemden sistemin a ivmesi,

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 9{,}8 \text{ nt}}{6 \text{ kg} + 4 \text{ kg}} = 1{,}96 \text{ m/sn}^2 \text{ olur.}$$

b) İpin T gerilimi (1) veya (2) denkleminden,

$T = m_2a = 6 \text{ kg} \times 1{,}96 \text{ m/sn}^2 = 11{,}76 \text{ nt}$ veya

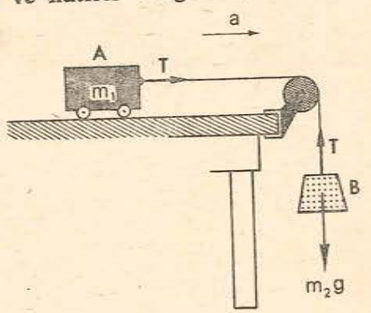
$$T = \frac{11{,}76}{9{,}8} = 1{,}2 \text{ kgf} \quad \text{olarak bulunur.}$$

2 — 7. Yatay bir yüzey üzerinde bulunan ve kütlesi 7 kg'lık bir A cismi, 3 kg'lık bir B cismi tarafından hareket ettiriliyor (Şek. 12). Sürtünmeleri ihmal ederek,

a) Sistemin ivmesini,

b) İpin gerilimini bulunuz.

(g = 9,8 m/sn² alınacak. A cismi ile makara arasındaki ipin, yatay yüzeye paralel olduğu kabul edilecek).



Şek. 12

ÇÖZÜMÜ : a) A cisminin kütlesi $m_1 = 7$ kg ve B cisminin kütlesi $m_2 = 3$ kg'dır. Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

$T = m_1a$ (1)

$m_2g - T = m_2a$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemlerini taraf tarafa toplarsak,

$m_2g = m_1a + m_2a$ (3 eşitliğini buluruz. Bu eşitlikten sistemin a ivmesi,

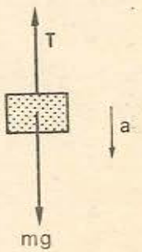
$$a = \frac{m_2g}{m_1 + m_2} = \frac{3 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}{7 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} = 2{,}94 \text{ m/sn}^2$$

b) İpin T gerilimi,

$T = m_1a = 7 \text{ kg} \times 2{,}94 \text{ m/sn}^2 = 20{,}58 \text{ nt}$

$$T = \frac{20{,}58}{9{,}8} = 2{,}1 \text{ kgf} \quad \text{olarak bulunur.}$$

2 — 8. 49 kg'lık bir cismin 2 m/sn² lik bir ivme ile düşmesini sağlamak için bu cisme ne kadarlık bir geriletici kuvvetin tatbik edilmesi gerekir? (g = 9,8 m/sn²)



Şek. 13

ÇÖZÜMÜ : Geriletici kuvveti T ile gösterelim (Şek. 13). Hareketi sağlayan dengelenmemiş kuvvet mg — T dir. Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

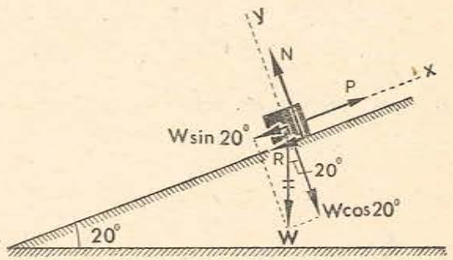
$mg - T = ma$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten T kuvveti,

$T = mg - ma = 49 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 - 49 \text{ kg} \times 2 \text{ m/sn}^2$

$$T = 382{,}2 \text{ newton} = \frac{382{,}2}{9{,}8} = 39 \text{ kgf olarak bulunur.}$$

2 — 9. Eğim açısı 20° olan bir eğik düzlem üzerindeki 120 kilogram ağırlığındaki bir cismi yukarıya doğru sabit bir hızla itebilen düzleme paralel kuvvet 86 kgf olduğuna göre, yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısının değerini hesaplayınız.



Şek. 14

ÇÖZÜMÜ : Cismin hareketi, düzgün doğrusal bir harekettir. Newton'un birinci kanununa göre, cisme etki eden kuvvetler dengelenmiş demektir (Şek. 14). Bu kuvvetlerin, bileşkesi sıfır olacağından;

$\Sigma F_x = 0$; $P - 120 \sin 20^0 - R = 0$ (1)

$\Sigma F_y = 0$; $N - 120 \cos 20^0 = 0$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

(1) eşitliğinden R sürtünme kuvveti;

$R = P - 120 \sin 20^0 = 86 - 41 = 45$ kgf ve

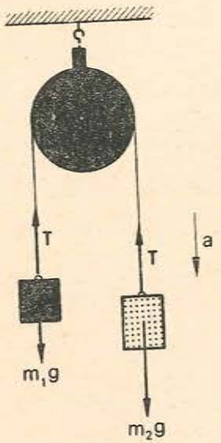
μ_k kinetik sürtünme katsayısı,

$$\mu_k = \frac{R}{N} = \frac{R}{120 \cos 20^0} = \frac{45 \text{ kgf}}{112{,}8 \text{ kgf}} = 0{,}398$$ olarak bulunur.

2 — 10. Sürtünmesiz bir makaranın boğazından geçirilmiş bir ipin uçlarına $m_1 = 1{,}2$ kg ve $m_2 = 1{,}8$ kg'lık kütleler asılmıştır (Şek. 15).

a) Sistemin ivmesini,

b) İpi geren kuvveti hesaplayınız.



Şek. 15

Not : Problemlerimizi çözerken, iplerin ağırlıklarını ihmal ediniz ve iplerin uzamadığını kabul ediniz.

ÇÖZÜMÜ : a) Newton'un ikinci hareket kanunu ayrı ayrı m_1 ve m_2 kütlelerine tatbik ederek,

$T - m_1 g = m_1 a$ (1)

$m_2 g - T = m_2 a$ (2) bağıntılarını yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplandığında,

$m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a$ (3) eşitliği bulunur.

(3) eşitliğinden sistemin a ivmesi;

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{1{,}8 \times 9{,}8 \text{ nt} - 1{,}2 \times 9{,}8 \text{ nt}}{1{,}2 \text{ kg} + 1{,}8 \text{ kg}} = 1{,}96 \text{ m/sn}^2$$ olarak bulunur.

b) İpi geren T kuvveti, (1) veya (2) denkleminden hesaplanır.

$T - m_1 g = m_1 a$

$T = m_1 a + m_1 g = 1{,}2 \times 1{,}96 + 1{,}2 \times 9{,}8 = 14{,}112$ nt.

$$T = \frac{14{,}112}{9{,}8} = 1{,}44 \text{ kgf.}$$

2 — 11. (Şek. 16) da görülen düzenekte A cisminin ağırlığı $W_2 = 8$ kgf ve B misminin ağırlığı $W_1 = 10$ kgf'tir. Makara ve iplerin ağırlıklarını ve sürtünmeleri ihmal ederek,

a) A ve B cisimlerinin ivmelerini,

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilimlerini bulunuz.

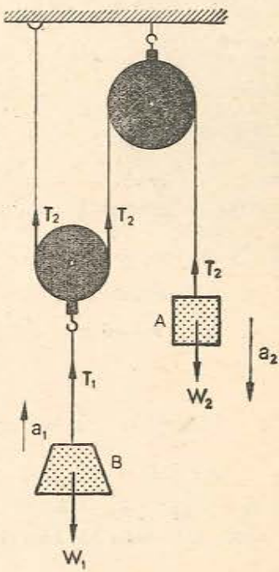
ÇÖZÜMÜ : a) $a_1 = \frac{a_2}{2}$ (1)

$T_1 = 2T_2$ (2) niçin?

Newton'un ikinci hareket kanununu A ve B cisimlerine ayrı ayrı tatbik ederek,

$T_1 - W_1 = \frac{W_1}{g} \times a_1$ (3)

$W_2 - T_2 = \frac{W_2}{g} \times a_2$ (4) eşitliklerini yazabiliriz.



Şek. 16

(1), (2), (3) ve (4) denklemlerinden,

$a_2 = \frac{58{,}8}{21} = 2{,}8$ m/sn² , $a_1 = 1{,}4$ m/sn² ve

b) $W_2 - T_2 = \frac{W_2}{g} \times a_2$

$8 \text{ kgf} - T_2 = \frac{8 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 2{,}8 \text{ m/sn}^2$

$T_2 = 8 \text{ kgf} - \frac{22{,}4}{9{,}8} \text{ kgf} = 5{,}7 \text{ kgf}$

$T_1 = 2T_2 = 11{,}4$ kgf olarak bulunur.

2 — 12. Kütlesi 4 kg olan bir cisim, pürüzsüz yatay bir düzlem üzerinde v_0 hızı ile hareket etmektedir. Bu cisme, hareketin zıt yönünde 24 newton'luk bir kuvvet uygulanıyor. Cisim bu durumda 9 metre yol aldığında hızı yarıya iniyor.

a) v_0 hızı ne kadardır?

b) Cisim, kuvvet uygulandıktan ne kadar zaman sonra durur?

ÇÖZÜMÜ : a) Kuvvetin hasıl ettiği ivme,

$F = 24$ nt $\qquad F = ma$

$m = 4$ kg

$a = ?$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{24 \text{ nt}}{4 \text{ kg}} = 6 \text{ m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Cismin kuvvet uygulandıktan sonraki hareketi, düzgün yavaşlayan bir harekettir. Bizi ilgilendiren bu harekette, ivme (—) negatif alınarak v_0 hızı;

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$v = \frac{v_0}{2}$ (son hız)

$$\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = v_0^2 - 2 \times 6\ m/sn^2 \times 9\ m.$$

$a = -6\ m/sn^2$

$s = 9\ m$

$v_0 = ?$ (ilk hız)

$$9\ m \times 12\ m/sn^2 = \frac{3\ v_0^2}{4}$$

$$v_0^2 = \frac{9\ m \times 12\ m/sn^2 \times 4}{3}$$

$v_0 = 12\ m/sn$ olarak bulunur.

b) Kuvvet uygulandıktan t zaman sonra cismin durduğunu kabul edelim.

$v = 0$ (son hız)

$v_0 = 12\ m/sn$

$a = -6\ m/sn^2$

$t = ?$

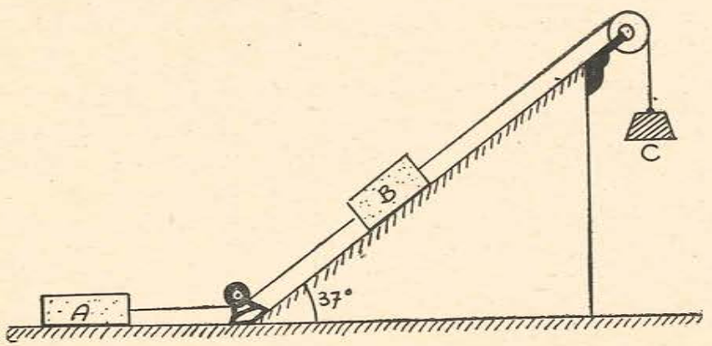
$$v = v_0 + at$$

$$0 = 12\ m/sn - 6\ m/sn^2 \times t$$

$$t = 2\ sn.$$

Demek ki, cisim kuvvet uygulandıktan 2 sn sonra durur.

2 — 13. (Şek. 17) de görülen sistemdeki A ve B cisimlerinin herbirinin ağırlığı 20 kgf tir. Yüzeyler arasındaki kayma sürtünmesi katsayısı 0,5 tir. C cismi sabit bir hızla aşağıya doğru indiğine göre;

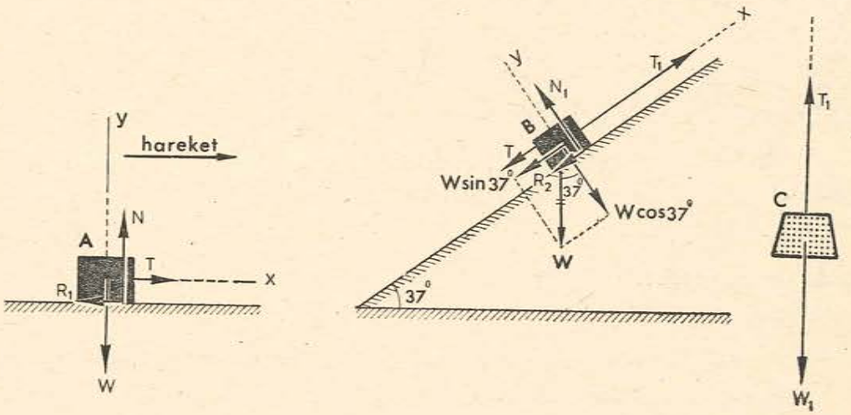


Şek. 17

a) A, B ve C cisimlerine etkiyen kuvvetleri gösteren diyagramı çiziniz.
b) A ve B cisimlerini biribirine bağlayan ipteki gerilimi hesaplayınız.
c) C cisminin ağırlığını bulunuz.

($\sin 37^0 = 0{,}6$, $\cos 37^0 = 0{,}8$ alınacak)

ÇÖZÜMÜ : a) A, B ve C cisimlerine etkiyen kuvvetlerin diyagramı (Şek. 18) de gösterilmiştir.



Şek. 18

b) Sistem düzgün doğrusal hareket yaptığından Newton'un birinci kanununa göre, her bir cisim üzerine etki eden kuvvetlerin bileşkesi sıfır olur. Bileşke sıfır olunca kuvvetlerin, x ve y eksenleri üzerindeki bileşenlerinin toplamı da sıfır olacağından A cismi için,

$\Sigma F_x = 0$; $T - R_1 = 0$ (1)

$\Sigma F_y = 0$; $N - W = 0$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

Bu eşitliklerden,

$T = R_1$

$N = W$ olur.

R_1 sürtünme kuvveti;

$R_1 = \mu_k \times N = 0{,}5 \times 20\ kgf = 10\ kgf$'tir.

$T = R_1$ olduğundan A ve B cisimlerini birbirine bağlayan ipteki T gerilimi;

$T = R_1 = 10\ kgf$ olur.

c) B cismi için;

$\Sigma F_x = 0$; $T_1 - W \sin 37^0 - R_2 - T = 0$ (3)

$\Sigma F_y = 0$; $N_1 - W \cos 37^0 = 0$ (4)

(3) ve (4) eşitliklerinden,

$T_1 = W \sin 37^0 + R_2 + T$ (5)

$N_1 = W \cos 37^0$ (6)

R_2 sürtünme kuvveti,

$R_2 = \mu_k \times N_1 = 0{,}5 \times 20 \times 0{,}8 = 8$ kgf

B ve C cisimlerini birbirine bağlayan ipteki T_1 gerilimi;

$T_1 = 20 \times 0{,}6 + 8 + 10 = 30$ kgf

C cisminin W_1 ağırlığı;

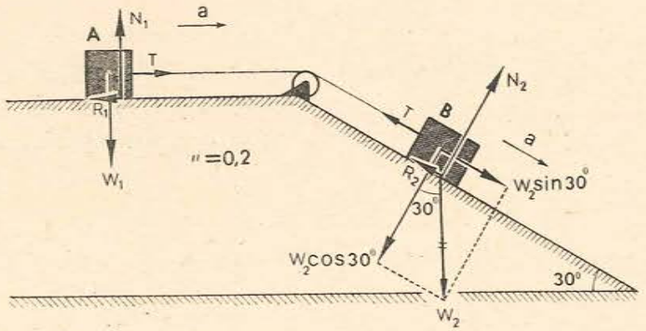
$T_1 = W_1 = 30$ kgf olarak bulunur.

2 — 14. (Şek. 19) da görülen A cisminin ağırlığı $W_1 = 30$ kgf ve B cisminin ağırlığı $W_2 = 50$ kgf'tir. Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}2$ olduğuna göre;

a) Sistemin ivmesini,

b) İpi geren T kuvvetini bulunuz.

(Makaradaki sürtünmeyi önemsemeyiniz. A ve B cisimlerini tutan iplerin, düzlemlere paralel olduğunu kabul ediniz.)



Şek. 19

ÇÖZÜMÜ : a) Her iki cisme Newton'un ikinci hareket kanununu ayrı ayrı uygulayarak,

$$T - R_1 = \frac{W_1}{g} \times a \qquad (1)$$

$$W_2 \sin 30^0 - R_2 - T = \frac{W_2}{g} \times a \qquad (2)$$ denklemlerini yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$W_2 \sin 30^0 - R_1 - R_2 = \frac{W_1}{g} \times a + \frac{W_2}{g} \times a \qquad (3)$$ eşitliği bulunur.

Bu eşitlikten hareketin a ivmesi,

$$a = \left(\frac{W_2 \sin 30^0 - R_1 - R_2}{W_1 + W_2} \right) g \qquad (4)$$

$W_2 \sin 30^0 = 50$ kgf $\times$ 0,5 $= 25$ kgf

$R_1 = \mu_k \times N_1 = \mu_k \times W_1 = 0{,}2 \times 30$ kgf $= 6$ kgf

$R_2 = \mu_k \times N_2 = \mu_k \times W_2 \cos 30^0 = 0{,}2 \times 50$ kgf $\times 0{,}866 = 8{,}66$ kgf

$W_1 = 30$ kgf , $W_2 = 50$ kgf'dir. Bu değerler (4) denkleminde yerine konularak,

$$a = \left(\frac{25 \text{ kgf} - 6 \text{ kgf} - 8{,}66 \text{ kgf}}{30 \text{ kgf} + 50 \text{ kgf}} \right) 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \cong 1{,}27 \text{ m/sn}^2$$ olarak bulunur.

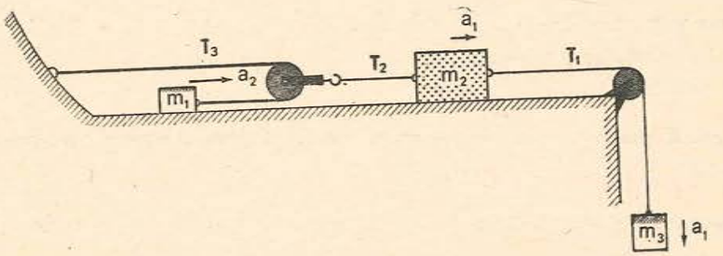
b) (1) veya (2) denkleminden ipi geren T kuvveti,

$$T - R_1 = \frac{W_1}{g} \times a$$

$$T - 6 \text{ kgf} = \frac{30 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 1{,}27 \text{ m/sn}^2$$

$T \cong 9{,}9$ kgf olarak bulunur.

2 — 15. (Şek. 20) de görülen düzenekteki cisimlerin kütleleri $m_1 = 2$ kg , $m_2 = 6$ kg ve $m_3 = 3$ kg'dır. Makara ve iplerin ağırlıkları ve sürtünmeler ihmal edildiğine göre, herbir kütlenin ivmesini ve iplerdeki gerilimleri bulunuz.



Şek. 20

ÇÖZÜMÜ : m_2 ve m_3 kütlelerinin ivmesini a_1 , m_1 kütlesinin ivmesini a_2 ile gösterelim.

(2 — 11) problemimizi hatırlıyarak,

$a_2 = 2a_1$ (1)

$T_2 = 2T_3$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

Newton'un ikinci hareket kanununu m_3 , m_2 ve m_1 kütlelerine ayrı ayrı tatbik ederek,

$m_3g - T_1 = m_3a_1$ (3)

$T_1 - T_2 = m_2a_1$ (4)

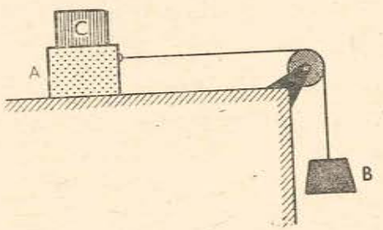
$T_3 = m_1a_2$ (5) denklemlerini yazabiliriz.

(1), (2), (3), (4) ve (5) denklemlerinden,

$a_1 = \frac{3\times9,8}{17}$ m/sn² , $T_1 = \frac{411,6}{17}$ nt , $T_2 = \frac{235,2}{17}$ nt ve

$a_2 = \frac{6\times9,8}{17}$ m/sn² , $T_3 = \frac{117,6}{17}$ nt olarak bulunur.

2 — 16. Yatay bir yüzey üzerinde bulunan A cisminin ağırlığı W_2 = 10 kgf'tir. Sürtünmesiz bir makaranın boğazından geçirilen ince ipin bir ucu A cismine, diğer ucu ağırlığı W_3 = 5 kgf olan B cismine bağlanmıştır (Şek. 21). Yüzeyler arasındaki statik sürtünme katsayısı μ = 0,2 olduğuna göre;



Şek. 21

a) A cisminin, kaymasını önlemek için, üzerine konulan C cisminin minimum W_1 ağırlığını,

b) A cismi üzerinden C cismi aniden kaldırıldığında sistemin ivmesini hesaplayınız.

(Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısını μ_k = 0,2 olarak alınız. A cismi ile makara arasındaki ipin, yatay yüzeye paralel olduğunu kabul ediniz.)

ÇÖZÜMÜ : a) Sistem dengede olduğuna göre A ve C cisimleri için (Şek. 22);

$\Sigma F_x = 0$, $T - R = 0$ (1)

$\Sigma F_y = 0$, $N - (w_1+w_2) = 0$ (2)

B cismi için,

$\Sigma F_y = 0$, $T - W_3 = 0$ (3)

denklemlerini yazabiliriz.

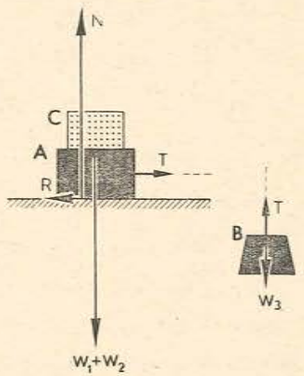
$T = R$ (4)

$N = W_1+W_2 = W_1+10$ kgf (5)

$T = W_3 = 5$ kgf (6)

R sürtünme kuvveti,

$R = \mu_s \times N = 0,2\ (W_1+10$ kgf) (7) dir.



Şek. 22

(4) eşitliğinde T ve R nin yukarıda bulunan değerleri yerlerine konularak W_1 ağırlığı,

$T = R$

5 kgf = 0,2 (W_1+10 kgf)

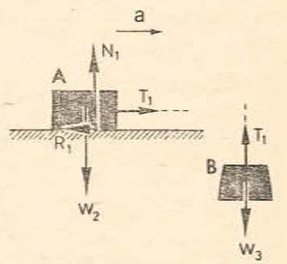
W_1 = 15 kgf olarak bulunur.

b) Bu durumda A ve B cisimlerine etki eden kuvvetler (Şek. 23) de gösterilmiştir.

Newton'un ikinci hareket kanununu cisimlere ayrı ayrı tatbik ederek,

$T_1 - R_1 = \frac{W_2}{g}a$ (8)

$W_3 - T_1 = \frac{W_3}{g}a$ (9) denklemlerini



yazabiliriz.

(8) ve (9) eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

Şek. 23

$W_3 - R_1 = \left(\frac{W_2}{g} + \frac{W_3}{g}\right)a$ (10) eşitliği bulunur.

Bu eşitlikten sistemin a ivmesi,

(2 - 15)

$$a = \left(\frac{W_3 - R_1}{W_2 + W_3}\right) g = \left(\frac{5\ \text{kgf} - \mu_k \times N_1}{10\ \text{kgf} + 5\ \text{kgf}}\right) g = \left(\frac{5\ \text{kgf} - 0{,}2 \times 10\text{kgf}}{15\ \text{kgf}}\right) 9{,}8\ \text{m/sn}^2$$

$a = 1{,}96\ \text{m/sn}^2$ olarak bulunur.

Not : **A cismi için $a_y = 0$ olduğundan $N_1 = W_2$ dir.**

2 — 17. Ağırlığı W = 80 kgf olan bir adam bir asansör kabinesinde ayakta durmaktadır.

a) Asansör sükûnette iken,

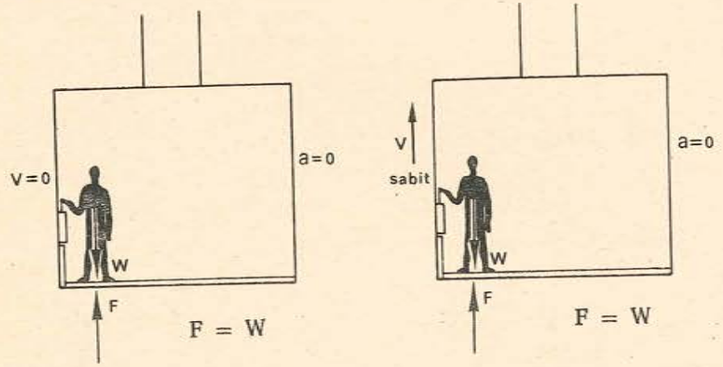
b) Asansör sabit hızla hareket ederken,

c) Asansör a = 1,225 m/sn² lik sabit bir ivme ile yukarı çıkarken,

d) Asansör a = 1,225 m/sn² lik sabit bir ivme ile aşağı inerken,

e) Yukarıda bulunan asansörün çelik kablosunun kopması halinde serbest düşerken, asansör tablası adamın ayaklarını ne kadarlık bir kuvvetle iter?

ÇÖZÜMÜ : Asansör tablasının, adamın ayaklarına uyguladığı itme kuvvetini F ile gösterelim.



a) Asansör sükûnette iken, asansör tablası adamın ayaklarını ağırlığına eşit bir kuvvetle iter.

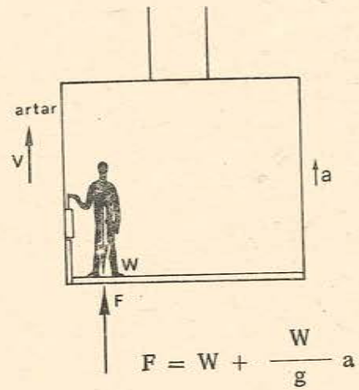
Bu iki kuvvet denge halindedir.

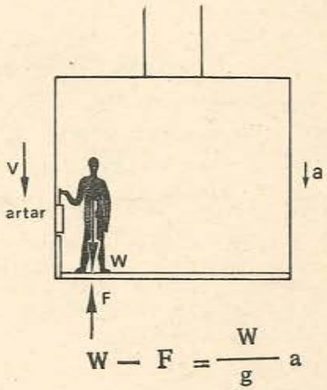
$F = W = 80$ kgf.

b) Asansör sabit bir hızla hareket ederken, ivme sıfırdır. İvme için herhangi bir kuvvet gerekmez. Bu durumda da asansör tablası, adamın ayaklarını ağırlığına eşit bir kuvvetle iter. İki kuvvet denge halindedir.

$F = W = 80$ kgf.

(2 - 16)





c) Asansör a = 1,225 m/sn² lik ivme ile yükselirken asansör tablası adamın ayaklarını,

$W + \left(\frac{W}{g}\ a\right)$ ya denk bir kuvvetle iter. Adamın ağırlığı W = 80 kgf olduğuna göre,

$\left(\frac{W}{g}\ a\right)$ kuvveti, adama a kadar ivme kazandıran kuvvettir. Aşağı ve yukarı yönlü kuvvetler denge halinde değildir. F itme kuvveti;

$$F = 80\ \text{kgf} + \frac{80\ \text{kgf}}{9{,}8\ \text{m/sn}^2} \times 1{,}225\ \text{m/sn}^2$$

$F = 80\ \text{kgf} + 10\ \text{kgf}$

$F = 90\ \text{kgf}$ olur.

d) Asansör a = 1,225 m/sn² lik ivme ile aşağı inerken adamın W ağırlığı, F itme kuvvetinden büyüktür. Dengelenmemiş (W — F) kuvveti, adama a ivmesini verir. Bu durumda F itme kuvveti;

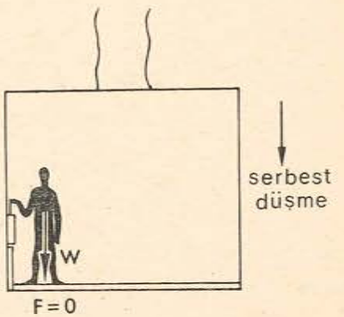
$$W - F = \frac{W}{g} \times a$$

$$F = W - \frac{W}{g} \times a$$

$F = 80\ \text{kgf} - 10\ \text{kgf}$

$F = 70\ \text{kgf}$ olur.

e) Asansör kablosunun kopması ve asansörün serbest düşmesi halinde, asansör ve içindeki adam aynı hızla düşer. Yukarı yönlü kuvvet bu durumda sıfırdır. Adamın ağırlığı asansör tablasına etki ederek düşmesini sağlar. Fakat ayaklarına bir etki olmaz. Bu bakımdan adam kendini ağırlıksız hisseder.

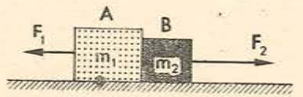


Şek. 25 Asansörde, Newton'un ikinci kanununun uygulanması

2 — 18. Yatay ve pürüzsüz bir zemin üzerinde yanyana durmakta olan A ve B cisimlerinin kütleleri $m_1 = 5$ kg ve $m_2 = 3$ kg'dır (Şek. 24). Aynı anda zemine paralel zıd yönlü iki kuvvetten biri A diğeri B cismine uygulanıyor. Büyük kütleye uygulanan kuvvetin şiddeti $F_1 = 0{,}5$ nt, küçük kütleye uygulanan kuvvetin şiddeti $F_2 = 0{,}9$ nt olduğuna göre,

a) Acaba ne kadar zaman sonra bu iki cismin arasındaki uzaklık 20 metre olur?

b) Bu anda herbir cismin hızı ne kadardır?



Şek. 24

ÇÖZÜMÜ : a) A cisminin kazanacağı ivme a_1, B cisminin kazanacağı ivme a_2 olsun. Bunların değeri,

$F_1 = 0{,}5$ nt
$m_1 = 5$ kg
$a_1 = ?$

$$F_1 = m_1 a_1$$

$$a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{0{,}5\ \text{nt}}{5\ \text{kg}} = 0{,}1\ \text{m/sn}^2$$

$F_2 = 0{,}9$ nt
$m_2 = 3$ kg
$a_2 = ?$

$$F_2 = m_2 a_2$$

$$a_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{0{,}9}{3} = 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Sükûnetten, $a_1 = 0{,}1$ m/sn² ve $a_2 = 0{,}3$ m/sn² lik ivmelerle harekete başlayan cisimlerin aralarındaki uzaklığın, t saniye sonra 20 metre olduğunu kabul edelim. A ve B cisimlerinin bu süre içinde alacağı yollar,

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1\ \text{m/sn}^2 \times t^2 \qquad (1)$$

$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \times t^2 \qquad (2) \text{ bağıntıları ile}$$

hesap edilir.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$s_1 + s_2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1\ \text{m/sn}^2 \times t^2 + \frac{1}{2} \times 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \times t^2 \quad (3) \text{ eşitliği bulunur.}$$

$s_1 + s_2 = 20$ m olarak bilindiğine göre (3) eşitliğinden t zamanı;

$$20\ \text{m} = \frac{1}{2} \times 0{,}1\ \text{m/sn}^2 \times t^2 + \frac{1}{2} \times 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \times t^2$$

$$20\ \text{m} = t^2 \left(\frac{1}{2} \times 0{,}1\ \text{m/sn}^2 + \frac{1}{2} \times 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \right) = \left(\frac{0{,}4}{2}\ \text{m/sn}^2 \right) t^2$$

$$t^2 = \frac{40\ \text{m}}{0{,}4\ \text{m/sn}^2} = 100\ \text{sn}^2$$

$t = 10$ sn olarak bulunur.

b) Bu anda, A cisminin hızı;

$v_0 = 0$

$a_1 = 0{,}1$ m/sn²

$t = 10$ sn

$v_1 = ?$

$$v_1 = v_0 + a_1 t$$

$$v_1 = 0 + 0{,}1\ \text{m/sn}^2 \times 10\ \text{sn}$$

$$v_1 = 1\ \text{m/sn}$$

B cisminin hızı ise;

$v_0 = 0$

$a_2 = 0{,}3$ m/sn²

$t = 10$ sn

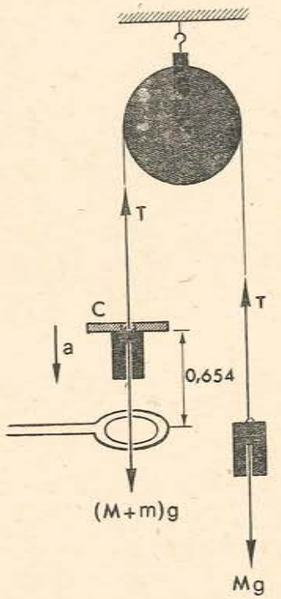
$v_2 = ?$

$$v_2 = v_0 + a_2 t$$

$$v_2 = 0 + 0{,}3\ \text{m/sn}^2 \times 10\ \text{sn}$$

$v_2 = 3$ m/sn olur.

2 — 19. Sürtünmesiz bir makaranın boğazından geçirilen ipin her bir ucuna M = 0,29 kg'lık eşit birer kütle asılıyor. Bu kütlelerden biri üzerine kütlesi m = 0,02 kg olan C cismi yerleştirilerek sistem serbest bırakılıyor. Ağır taraf 0,654 m aşağıya indiğinde C cismi bir halka tarafından tutuluyor. Bundan sonra 2 saniye içinde sistem, 1,308 metrelik yol alıyor (Şek. 26). Bu deney sonuçlarına göre, yer çekimi ivmesini hesaplayınız.



Şek. 26

ÇÖZÜMÜ : İpin gerilimi T olsun. Newton'un ikinci hareket kanununu ipin uçlarındaki kütlelere ayrı ayrı tatbik ederek,

$(M + m)\, g - T = (M + m)\, a$ (1)

$T - Mg = Ma$ (2) denklemlerini yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$mg = (2M + m)\, a$ (3) denklemi

bulunur. Bu eşitlikten g;

$$g = \left(\frac{2M + m}{m}\right) a \qquad (4) \text{ olur.}$$

C cismi halka tarafından tutulduktan sonra sistem, kazandığı hızla düzgün doğrusal hareketine devam eder. Hareketin v hızı;

Yol = Hız × Zaman

$1{,}308\ m = 2\ sn \times v$

$$v = \frac{1{,}308\ m}{2\ sn} = 0{,}654\ m/sn \quad \text{dir.}$$

Sabit ivmeli harekette sistem bu hızı, sükûnetten harekete geçerek 0,654 m yol boyunca kazanmıştır. Hareketin a ivmesi,

$v^2 = v_0^2 + 2as \quad , \quad v^2 = 0 + 2as$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(0{,}654\ m/sn)^2}{2 \times 0{,}654\ m} = \frac{0{,}654\ m^2/sn^2}{2\ m} = 0{,}327\ m/sn^2 \quad \text{dir.}$$

Bu değer, (4) eşitliğinde yerine konularak g yerçekimi ivmesi;

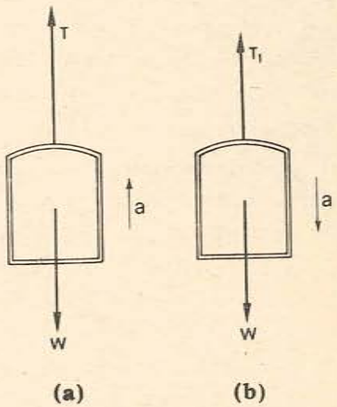
$$g = \left(\frac{2M + m}{m}\right) a = \left(\frac{2 \times 0{,}29\ kg + 0{,}02\ kg}{0{,}02\ kg}\right) 0{,}327\ m/sn^2$$

$g = 9{,}81\ m/sn^2$ olarak bulunur.

2 — 20. Bir asansörün kabinesi ve içindekiler sükûnette iken kablolar üzerine 3 ton'luk bir kuvvet tesir ettiriyor. Bu asansöre yukarı yönlü a = 0,6125 m/sn² lik bir ivme verilmiş olduğuna göre;

a) Kablolar üzerine etki eden kuvvet ne kadar olur?

b) İvme değerce aynı fakat aşağı yönlü olduğu vakit kablolar üzerine tesir eden kuvvet ne kadar olur? (Sürtünme kuvvetlerini ihmal ediniz).



(a) (b)
Şek. 27

ÇÖZÜMÜ : a) Asansör sabit a ivmesi ile yukarı çıkarken asansörün kabloları üzerine etki eden kuvvet T olsun (Şek. 27 a). Dengelenmemiş kuvvet, T — W dir. Newton'un ikinci hareket kanununa göre;

$$T - W = \frac{W}{g} \times a \qquad (1) \text{ eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten T kuvveti;}$$

$W = 3000\ kgf$

$g = 9{,}8\ m/sn^2$

$a = 0{,}6125\ m/sn^2$

$T = ?$

$$T = W + \frac{W}{g} \times a$$

$$T = 3000\ kgf + \frac{3000\ kgf}{9{,}8\ m/sn^2} \times 0{,}6125\ m/sn^2$$

$T = 3000\ kgf + 187{,}5\ kgf$

$T = 3187{,}5\ kgf$ olarak bulunur.

b) Asansör, aynı ivme ile aşağıya inerken, kablolarına etki eden kuvvet T_1 olsun (Şek. 27 b). Dengelenmemiş kuvvet $W - T_1$ dir. Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

$$W - T_1 = \frac{W}{g} \times a \qquad (2) \text{ eşitliğini yazabiliriz,}$$

Bu eşitlikten T_1 kuvveti,

$$T_1 = W - \frac{W}{g} \times a$$

$W = 3000$ kgf

$g = 9{,}8$ m/sn²

$a = 0{,}6125$ m/sn²

$T_1 = ?$

$$T_1 = 3000 \text{ kgf} - \frac{3000 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 0{,}6125 \text{ m/sn}^2$$

$T_1 = 3000$ kgf $- 187{,}5$ kgf

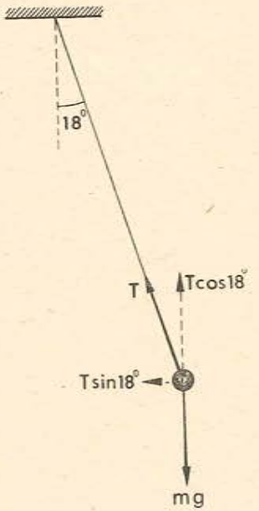
$T_1 = 2812{,}5$ kgf olarak bulunur.

2 — 21. Sabit v_0 hızı ile gitmekte olan bir şoför, gördüğü bir tehlike işareti üzerine arabasını frenliyor. Arabanın tavanına asılmış olan bir basit sarkacın ipi, yavaşlama süresince düşeyle 18° lik açı yapıyor (Şek. 28).

Şoför arabasını, frenledikten 10 sn sonra durdurduğuna göre,

a) Yavaşlama hareketinin ivmesini,

b) Arabanın v_0 hızını bulunuz.



Şek. 28

ÇÖZÜMÜ : a) Yavaşlama hareketi süresince açı sabit kaldığına göre, hareketin ivmesi sabittir. İpin ucundaki kütle iki kuvvetin etkisi altındadır.

1 — Düşey olarak aşağı doğru etki eden (mg) ağırlığı,

2 — İpi geren T kuvveti

T kuvvetinin (T cos 18°) düşey bileşeni, mg ağırlığını karşılar. T kuvvetinin (T sin 18°) yatay bileşeni, arabanın hareketine uymak için kütleye a ivmesini hasıl etmelidir. Newton'un ikinci hareket kanununa göre;

$T \sin 18^0 = ma$ (1) yazılabilir.

$$\text{tg } 18^0 = \frac{T \sin 18^0}{mg} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$ (2) Bu eşitlikten

hareketin a ivmesi,

$a = g \times \text{tg } 18^0 = 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times 0{,}325 = 3{,}185 \text{ m/sn}^2$ olarak bulunur.

b) Arabanın v_0 hızı;

$v = 0$ (son hız)

$a = -3{,}185$ m/sn²

$t = 10$ sn

$v_0 = ?$

$v = v_0 + at$

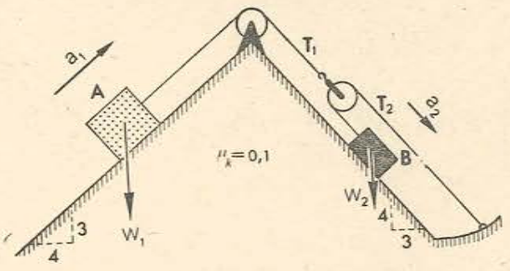
$0 = v_0 - 3{,}185 \text{ m/sn}^2 \times 10 \text{ sn}$

$v_0 = 31{,}81$ m/sn $= 114{,}66$ km/saat'tır.

2 — 22. (Şek. 29) da görülen sistemde A cisminin ağırlığı $W_1 = 100$ kgf ve B cisminin ağırlığı $W_2 = 50$ kgf'tir. Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}1$ dir. Sistem serbest bırakıldığında,

a) Sükûnetten harekete geçen A cismi, ilk 5 saniyede ne kadar ilerler?

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilimleri ne kadar olur?



Şek. 29

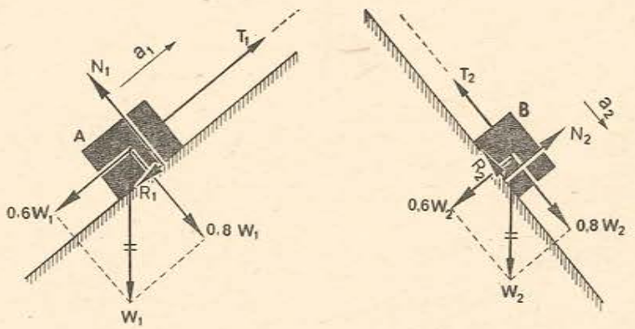
ÇÖZÜMÜ : a) A cismi eğik düzlem üzerinde saniyede, s_1 kadar ilerlediğinde, B cismi diğer eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru $s_2 = 1/2\ s_1$ kadar yol alır. O halde;

$$v_2 = \frac{1}{2} v_1 \quad \text{ve} \quad a_2 = \frac{1}{2} a_1$$ (1) olur.

Önceki bilgilerimizden,

$T_1 = 2T_2$ (2) eşitliğini de yazabiliriz.

Newton'un ikinci hareket kanununu (Şek. 30) ayrı ayrı A ve B cisimlerine uygulayalım :



Şek. 30

$$T_1 - R_1 - 0{,}6\ W_1 = \frac{W_1}{g} \times a_1$$ (3)

$$0{,}8\ W_2 - R_2 - T_2 = \frac{W_2}{g} \times a_2 \qquad (4)$$

R_1 ve R_2 sürtünme kuvvetleri;

$R_1 = \mu_k \times N_1 = \mu_k \times 0{,}8\ W_1 = 0{,}1 \times 100 \times 0{,}8 = 8$ kgf

$R_2 = \mu_k \times N_2 = \mu_k \times 0{,}6\ W_2 = 0{,}1 \times 0{,}6 \times 50 = 3$ kgf'tir.

$$a_2 = \frac{1}{2}\, a_1$$

$T_1 = 2T_2$ olarak bilindiğine göre; bu değerleri (3) ve (4) denklemlerinde yerine koyalım.

$$2T_2 - 8 \text{ kgf} - 60 \text{ kgf} = \frac{100 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times a_1 \qquad (5)$$

$$40 \text{ kgf} - 3 \text{ kgf} - T_2 = \frac{50 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times \frac{1}{2}\, a_1 \qquad (6)$$

(6) eşitliğinin her iki tarafını 2 ile çarpıp (5) ve (6) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$6 \text{ kgf} = \frac{150 \text{ kgf} \times a_1}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \qquad (7) \text{ eşitliği bulunur.}$$

Bu eşitlikten A cisminin ivmesi;

$a_1 = 0{,}392$ m/sn² olarak bulunur.

A cisminin ilk 5 saniye içinde aldığı s yolu;

$v_0 = 0$
$t = 5$ sn
$a_1 = 0{,}392$ m/sn²
$s = ?$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}\, at^2$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} \times 0{,}392 \text{ m/sn}^2 \times 25 \text{ sn}^2$$

$s = 4{,}9$ m olur.

b) (3) denkleminden T_1 gerilimi,

$$T_1 - R_1 - 0{,}6\ W_1 = \frac{W_1}{g} \times a_1$$

$$T_1 - 8 \text{ kgf} - 60 \text{ kgf} = \frac{100 \text{ kgf} \times 0{,}392 \text{ m/sn}^2}{9{,}8 \text{ m/sn}^2}$$

$T_1 - 68$ kgf $= 4$ kgf

$T_1 = 72$ kgf olarak bulunur.

$T_1 = 2T_2$ olduğundan T_2 gerilimi,

$$T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{72 \text{ kgf}}{2} = 36 \text{ kgf} \quad \text{olur.}$$

2 — 23. 500 kilogramlık bir roketi denge durumundan harekete geçirip 100 metrelik yatay bir ray boyunca 60 m/sn lik bir hız verebilecek olan kuvveti hesaplayınız. Hareketi yavaşlatan sürtünme kuvveti 65 newtondur.

CEVAP : 925 kgf.

2 — 24. Kütlesi 8 kg olan bir cisme, düşey olarak yukarıya doğru 2,45 m/sn² lik bir ivme vermek için cisme, hareket yönünde ne kadarlık bir kuvvet etki ettirilmelidir?

CEVAP : 98 nt = 10 kgf.

2 — 25. 80 kilogram ağırlığındaki bir adam, yalnız 70 kilogram ağırlığı çekebilen bir iple aşağı doğru kayıyor. İpin kopmaması için adamın sahip olması gerekli minimum ivme ne olmalıdır?

CEVAP : 1,225 m/sn²

2 — 26. 27 newton'a dayanabilen bir sicim, cilâlı, yatay bir masa üzerinde duran 3 kg'lık bir kütleye bağlanmıştır. Bu sicimi koparmadan bu kütleye verilebilecek en büyük ivme ne kadardır?

CEVAP : 9 m/sn²

2 — 27. Birbirlerine s ipi ile bağlı ve yatay bir düzlem üzerinde bulunan A ve B cisimlerinin kütleleri $m_1 = 3$ kg ve $m_2 = 2$ kg'dır (Şek. 31). A cismine düzleme paralel F = 15 newton'luk bir kuvvet uygulanıyor. Sürtünmeleri önemsemiyerek,

Şek. 31

a) Kuvvet etki etmeye başladıktan 4 saniye sonra cisimlerin hızı ne kadar olur?

b) 4 saniyelik zaman sonunda s ipi aniden kesiliyor. İp kesildikten 2 saniye sonra cisimler arasındaki uzaklık ne kadar olur? (s ipinin uzunluğu 50 cm dir.)

CEVAP : a) 12 m/sn , b) 10,5 m.

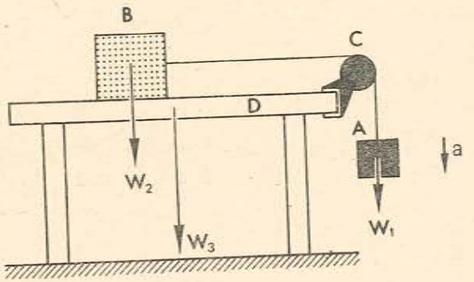
2 — 28. Namlu uzunluğu 98 cm olan bir tüfekle ilerdeki bir hedefe ateş ediliyor. Kütlesi 40 gr olan mermi, namluyu 350 m/sn lik hızla terkettiğine göre, namlu boyunca mermiye, etki eden ortalama kuvvet ne kadardır?

CEVAP : 2500 newton.

2 — 29. Cilâlı bir masa üzerinde bulunan B cismi, sürtünmesiz bir makaranın boğazından geçirilmiş bir ip vasıtasiyle A cismi tarafından hareket ettiriliyor (Şek. 32). A ve B cisimlerinin ağırlıkları $W_1 = 6$ kgf, $W_2 = 12$ kgf ve masanın makara ile birlikte ağırlığı $W_3 = 20$ kgf'tir.

İpin ağırlıksız ve uzayamaz olduğunu kabul ederek masanın döşemeye etki ettirdiği tazyik kuvvetini bulunuz.

CEVAP : 36 kgf.



Şek. 32

2 — 30. 235 kilogram ağırlığındaki bir asansör odacığı, en çok 500 kilogramlık yük veya yolcu taşıyabiliyor. Asansör, tam yükle aşağıya inerken hızı 3 m/sn iken, yavaşlamaya başlıyor ve 2 metre indikten sonra zemin katta duruyor. Yavaşlama esnasında asansörün kablosundaki gerilim ne kadardır?

CEVAP : 566,25 kgf.

2 — 31. Kütlesi 1470 kg olan bir otomobil 10 saniye içinde 72 km/saat'lik bir hız kazanıyor. Motorun ortalama çekme kuvveti ne kadar newton ve ne kadar kgf'tir?

CEVAP : 2940 nt = 300 kgf.

2 — 32. Eğik düzlem üzerinde bulunan A cisminin ağırlığı $W_1 = 190$ kgf'tir (Şek. 33). Sistem serbest bırakıldığında A cismi eğik düzlem üzerinde yukarıya doğru hareket ederek ilk 4 saniye içinde 7,84 metre yol alıyor.

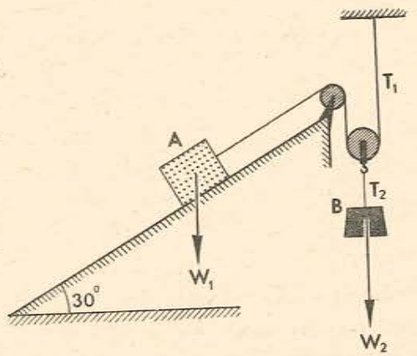
Makaranın ağırlığı ve sürtünmeler ihmal edildiğine göre;

a) B cisminin W_2 ağırlığını,

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilimlerini bulunuz.

CEVAP : a) 240 kgf

b) $T_1 = 114$ kgf,
$T_2 = 228$ kgf.



Şek. 33

2 — 39. Bir asansör yükü ile birlikte 4000 kilogram ağırlığındadır. Bu, asansörün çelik kablosu en fazla 5000 kilogram ağırlığındaki bir yükü taşıyabilmektedir. Kablo kopmadan asansöre verilebilecek yukarı yönlü en büyük ivme ne kadar olabilir?

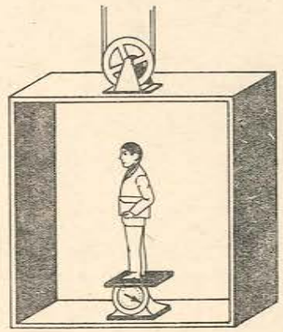
CEVAP : 2,45 m/sn²

2 — 34. 98 kilogram ağırlığında olan bir adam bir asansör kabinesine yerleştirilmiş olan yaylı bir baskülün tablası üzerinde durmaktadır (Şek. 34). Baskülün göstergesi,

a) Asansör durmakta iken,

b) Asansör a = 1 m/sn² lik sabit bir ivme ile yukarı çıkarken,

c) Asansör aynı ivme ile aşağı inerken, hangi rakamları gösterir?



Şek. 34

CEVAP : a) 98 kgf, b) 108 kgf, c) 88 kgf.

2 — 35. Bir vinç kablosu 1960 kilogram ağırlığındaki bir yükü 2120 kilogramlık bir kuvvetle yukarıya doğru çekiyor. Yerden alınan bu yük, vinç vasıtasiyle 6,4 metre yüksekliğe ne kadar zamanda çıkarılabilir?

CEVAP : 4 sn.

2 — 36. Kütlesi 2 kg olan bir cisim serbest olarak düşüyor. 30 m/sn'lik hız kazanan bu cismi,

a) 5 saniyede,

b) 10 metrelik bir yolda durdurmak için gerekli olan ortalama kuvveti hesaplayınız.

CEVAP : a) 31,6 nt, b) 109,6 nt.

2 — 37. Bir hamal bir asansör içinde 8 kilogram ağırlığında bir valiz taşıyor. Asansör yukarı yönlü 1,96 m/sn² lik bir ivme ile harekete geçtiği vakit hamalın valizi tutması için, valiz üzerine ne kadar bir kuvvet etki ettirmesi gerekir?

CEVAP : 9,6 kgf.

2 — 38. Elektrikli bir banliyo treni 3 vagondan ibarettir. Her bir vagonun ağırlığı 15 ton'dur. En öndeki vagona tren yolu boyunca 4800 kgf'lik bir çekici kuvvet uygulanıyor. Her bir vagonun tekerlekleri ile raylar arasındaki sürtünme kuvveti 100 kgf olduğuna göre;

a) Sistemin ivmesini,

b) İlk vagonla ikinci vagonu birbirine bağlayan kancadaki gerilimi,

c) İkinci ve üçüncü vagonu birbirine bağlayan kancadaki gerilimi hesaplayınız.

CEVAP : a) 0,98 m/sn², b) 3200 kgf, c) 1600 kgf.

2 — 39. (Şek. 35) de $m = 0{,}5$ kg, $m_1 = 0{,}4$ kg ve $m_2 = 0{,}35$ kg'dır. $d_1 = 0{,}2$ m, $d_2 = 1{,}7$ metredir. Sistem bu durumda serbest bırakılıyor.

a) m_2 kütlesi s halkasına ne kadar zamanda erişir?

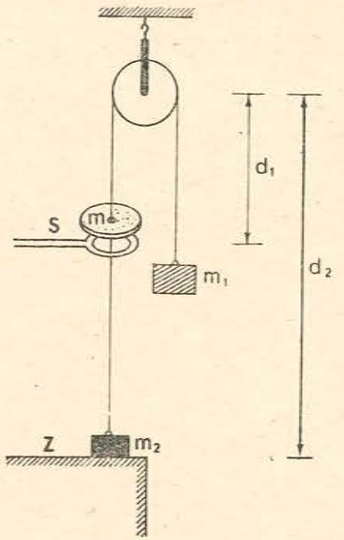
b) m_2 kütlesi s halkasına eriştiği anda hızı ne kadardır?

c) s halkasının üzerinde bulunan m kütlesi ne kadar yükselir?

CEVAP : a) 15/7 sn,

b) 1,4 m/sn,

c) 0,277 m.



Şek. 35

2 — 40. Sükûnetten sabit bir ivme ile harekete başlayan bir şoför, otomobilinin hızını 10 saniye içinde 72 km/saat'a yükseltiyor. Bu hızla giderken 50 metre ileride gördüğü bir işaret üzerine düzgün olarak yavaşlayarak işaretin yanında duruyor.

Kütlesi 70 kg olan otomobildeki bir adama hızlanma ve yavaşlama sürelerinde etki eden eylemsizlik kuvvetinin değerini, doğrultusunu ve yönünü belirtiniz.

CEVAP :

Hızlanırken; 140 newton, hareket doğrultusunda, geriye doğru.

Yavaşlarken; 280 newton, hareket doğrultusunda, ileriye doğru.

BÖLÜM

III

BOŞLUKTA MERMİ YÖRÜNGELERİ

Bu bölümde uçaktan bırakılan bombanın, tüfekten çıkan kurşunun hareketini inceleyeceğiz.

E ğ i k a t ı ş : Atılan cisimlerin izledikleri yola **yörünge** denir. Eğik atışta yörünge, hava direncinden çok etkilenir ve hareketin incelenmesini çok karışık bir hale sokar. Biz bu önemli etkiyi bir tarafa bırakarak, hareketin boşlukta olduğunu kabul edeceğiz. Buna göre eğik olarak atılan cismin etkisinde kaldığı tek kuvvet, o cismin kendi ağırlığı (mg) olacaktır. Kuvvet bilindiğine göre, Newton'un ikinci kanunundan faydalanarak ivmeyi hesaplar, kinematiğin prensiplerini kullanarak cismin hız ve konumunu bulabiliriz.

Dik bileşenler halinde Newton'un ikinci hareket kanunu :

$\Sigma F_x = ma_x$; $\Sigma F_y = ma_y$ şeklindedir.

İncelediğimiz problemde x ekseni yatay, y ekseni düşey seçilirse;

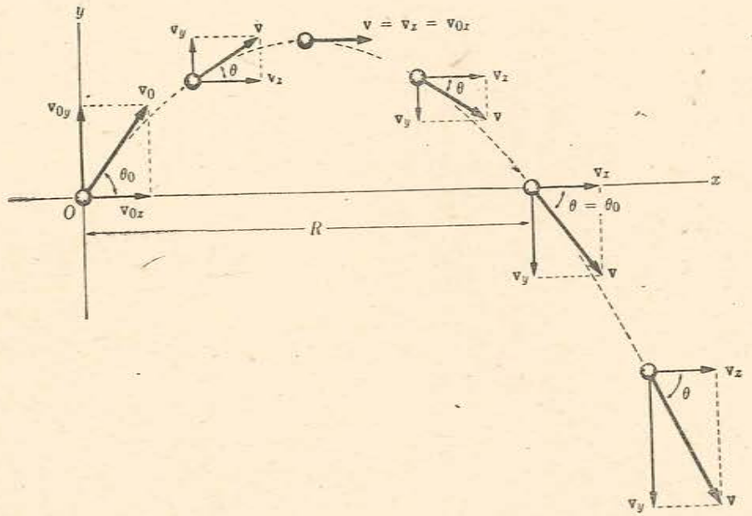
$\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = -mg$ olacaktır.

Buna göre :

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = 0 \quad ; \quad a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{-mg}{m} = -g$$ bulunur.

Bu bağıntılardan, ivmenin yatay bileşeninin sıfır, düşey bileşeninin ise serbest düşen bir cismin ivmesine eşit olduğu görülmektedir. İvmenin sıfır değeri sabit hıza karşılık olduğundan hareket, sabit hızlı bir yatay bileşenle sabit ivmeli düşey bileşenin bileşimi olarak ifade edilebilir.

Merminin namlu ağzından çıktığı veya fırlatılan cismin eli terkettiği nokta, koordinat başlangıcı olacak şekilde seçilmiştir (Şek. 36).



Şek. 36

θ_0 atış açısı ve v_0 ilk hızla fırlatılan bir cismin yörüngesi

Zamanı, koordinat başlangıcında t = 0 olarak alalım. Başlangıçtaki hız, v_0 vektörü ile gösterilmiştir. Bu hıza **ilk hız** veya atılan bir mermi ise, **namlu hızı** adı verilir. θ_0 açısına **atış açısı** denir.

v_{0x} , v_{0y} ilk hızın yatay ve düşey bileşenleridir.

$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$, $v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$

Eğik atışta hızın hesabı : Yatay ivme $a_x = 0$ olduğundan, hızın v_x yatay bileşeni daima sabit kalacak ve herhangi bir t anında,

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$ olacaktır. (3 — 1)

Düşey ivme $a_y = -g$ olduğundan, herhangi bir t anında hızın düşey bileşeni,

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \theta_0 - gt$$ olacaktır. (3 — 2)

Herhangi bir t anında v bileşke hızının şiddeti ise;

$v^2 = v_x^2 + v_y^2$ vektöryel toplamla bulunabilir.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$ (3 — 3)

Bileşke hızın yatayla yaptığı açının tangent'i

$$tg\theta = \frac{v_y}{v_x}$$ dir. (3 — 4)

v hız vektörü bütün noktalarda yörüngeye teğettir.

Eğik atışta merminin atılıştan t saniye sonraki yerinin koordinatları : Herhangi bir t anındaki x koordinatı, hızın, v_x bileşeni sabit olduğundan,

$$x = (v_0 \cos \theta_0)\, t$$ dir. (3 — 5)

y koordinatı ise;

$$y = (v_0 \sin \theta_0)\, t - \frac{1}{2} gt^2$$ olur. (3 — 6)

Eğik atışta yörünge denklemi : (3 — 5) denkleminden $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta_0}$ dir.

Bu değer (3 — 6) eşitliğinde yerine konularak x ve y arasındaki bağıntı bulunur.

$$y = x tg\theta_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$$ (3 — 7)

Bir atış için θ_0 , v_0 ve g sabit değerler olduğundan yukarıdaki denklem,

$y = ax - bx^2$ denklemine benzer. Bu ise bir parabolün denklemidir. O halde yörünge bir paraboldür.

Merminin, atıldığı 0 noktasından yörüngenin en yüksek noktasına çıkması için gerekli t_1 zamanının hesaplanması : En yüksek noktada —tepe noktasında— düşey hız bileşeni $v_y = 0$ dır. (3 — 2) eşitliğinde $v_y = 0$ konularak t_1 zamanı,

$0 = v_0 \sin \theta_0 - gt_1$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$$ bulunur. (3 — 8)

Tepe noktasının yüksekliği (y_{max}) : (3 — 6) denkleminde t yerine yukarıda hesabını yaptığımız çıkış zamanını ($v_0 \sin \theta_0 / g$) koyarak,

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$ formülünü buluruz. (3 — 9)

Atış uzaklığı : R atış uzaklığı, cismin atıldığı düzeyden aynı düzeye yani y = 0 olan düzeye döndüğü zaman atılma noktası ile düşme noktası arasındaki yatay uzaklıktır.

$R = v_x \times t_x$

$R = v_0 \cos\theta_0 \dfrac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$ $\qquad t_x = 2t_1 = \dfrac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$

$v_x = v_0 \cos\theta_0$

$$\boxed{R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}} \qquad (3 - 10)$$

$2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 = \sin 2\theta_0$

v_0 ve g sabit olduğundan atış uzaklığının (menzilin) en büyük değeri, $\sin 2\theta_0$ ın en büyük değerine karşılık olur. Bu ise $2\theta_0 = 90^0$, $\theta_0 = 45^0$ için gerçekleşir (Şek. 37).

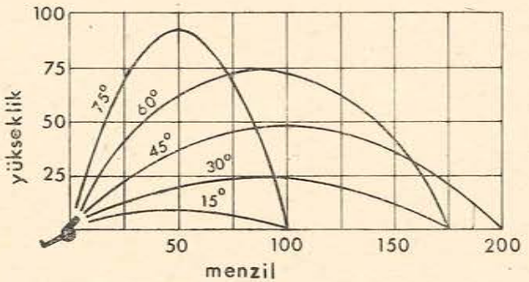
Eğik atış : y ekseninin aşağıya yönü pozitif alınır ve (3 — 5), (3 — 6) da $\theta_0 = 0$ yazılarak,

$x = v_0 t$

$y = 1/2\, gt^2$ bulunur.

Hız : $v_x = v_{0x} = v_0$

$v_y = gt$



Şek. 37

$v^2 = v_0^2 + g^2t^2$ veya $v^2 = v_0^2 + 2gy$

Boşlukta eğik atışla ilgili denklemler

Düzgün değişen doğrusal (sabit ivmeli) hareket	Eğik atışta x bileşeni $a_x = 0$ $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$	Eğik atışta y bileşeni $a = -g$ $v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$
$v = v_0 \pm at$	$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$	$v_y = v_{0y} - gt$ $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$
$v^2 = v_0^2 \pm 2as$	—	$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy$ $v_y^2 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2gy$
$s = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$	$x = (v_0 \cos\theta_0)\, t$	$y = v_{0y}\, t - \frac{1}{2} gt^2$ $y = (v_0 \sin\theta_0)\, t - \frac{1}{2} gt^2$

PROBLEMLER

3 — 1. Bir toptan yatayla 53^0 lik bir açı yapmak üzere atılan merminin ilk hızı 392 m/sn olduğuna göre;

a) Merminin, atılıştan 2 saniye sonraki yerinin koordinatlarını ve bu andaki hızını bulunuz.

b) Mermi yerden en çok ne kadar yükselir ve bu yüksekliğe ne kadar zamanda varır?

c) Merminin uçuş süresi ne kadardır?

d) Merminin atış uzaklığı ne kadardır?

($\sin 53^0 = 0{,}8$, $\cos 53^0 = 0{,}6$ alınacak)

ÇÖZÜMÜ : a) Atılıştan 2 saniye sonra merminin bulunduğu noktanın koordinatları x ve y olsun.

$\theta_0 = 53^0$
$v_0 = 392$ m/sn
$t = 2$ sn
$x = ?$
$y = ?$
$v = ?$

$x = (v_0 \cos\theta_0)\, t$

$x = 392$ m/sn $\times$ 0,6 $\times$ 2 sn $= 470{,}4$ m

$y = (v_0 \sin\theta_0)\, t - \dfrac{1}{2} gt^2$

$y = 392$ m/sn $\times$ 0,8 $\times$ 2 sn $- \dfrac{1}{2} \times 9{,}8$ m/sn$^2 \times 4$ sn^2

$y = 607{,}6$ m

Merminin bu noktadaki v hızının yatay ve düşey bileşenleri,

$v_x = v_0 \cos\theta_0 = 392$ m/sn $\times$ 0,6 $= 235{,}2$ m/sn

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt = 392$ m/sn $\times$ 0,8 $-$ 9,8 m/sn$^2 \times 2$ sn $= 294$ m/sn dir.

Merminin bu noktadaki v hızı;

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(235{,}2)^2 + (294)^2}$

$v = 376{,}5$ m/sn olarak bulunur.

b) Tepe noktasının yüksekliği (y_{max}),

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} = \frac{(392\ \text{m/sn})^2\ (0{,}8)^2}{2 \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2} = 5017{,}6\ \text{m}$$ dir.

Demek ki, mermi yerden en çok 5017,6 metre yükselir. Merminin bu yüksekliğe çıkması için gerekli t_1 zamanı;

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{392\ \text{m/sn} \times 0{,}8}{9{,}8\ \text{m/sn}^2} = 32$$ saniye olarak bulunur.

c) Merminin t_x uçuş süresi,

$t_x = 2t_1 = 32 \times 2 = 64$ sn dir.

d) (3 — 10) denkleminden R atış uzaklığı,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(392\ \text{m/sn})^2 \times \sin 106^0}{9{,}8\ \text{m/sn}^2} = \frac{153664\ \text{m}^2/\text{sn}^2 \times 0{,}961}{9{,}8\ \text{m/sn}^2}$$

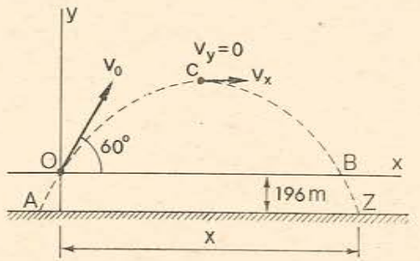
$R = 15068{,}48$ m olarak bulunur.

Not : $\sin 106^0 = \sin (180^0 - 106^0) = \sin 74^0$

3 — 2. Düz bir ovada bulunan 196 m yükseklikteki bir tepenin üzərinden yatayla 60^0 lik bir açı yapmak üzere atılan bir mermi, namluyu 294 m/sn lik bir hızla terk ediyor (Şek. 38).

a) Mermi ne kadar zaman sonra yere düşer?

b) Merminin düşünceye kadar alacağı yatay uzaklık ne kadardır? ($\sin 60^0 = 0{,}866$, $\cos 60^0 = 0{,}5$)



(Şek. 38

ÇÖZÜMÜ : a) Merminin atıldığı noktayı orijin olarak seçelim. (3 — 6) denkleminde $y = -196$ için,

$$y = (v_0 \sin \theta_0)\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-196 = 294 \times 0{,}866\, t - \frac{1}{2} \times 9{,}8\, t^2$$

$t^2 - 51{,}96\, t - 40 = 0$ (1) denklemi bulunur. Bu denklemin kökleri;

$$t_{1,2} = \frac{51{,}96 \pm 53{,}477}{2}$$

$t_1 = -0{,}7585$ sn

$t_2 = 52{,}7185 \simeq 52{,}72$ sn dir.

Pozitif kök sorumuzun cevabıdır. Demek ki, tepenin üzerinden atılan mermi 52,72 saniye sonra yere düşer.

Not : Negatif kökün manası, mermi A noktasından atıldığında zaman $t_1 = -0{,}7585$ sn ise, mermi 0 noktasına vardığında zaman $t = 0$

olur. Bu süre, merminin A dan 0 ya veya B den Z ye varış zamanı olarak da söylenebilir.

b) (Şek. 38) de merminin atıldığı noktadan düşünceye kadar aldığı yatay uzaklık x ile gösterilmiştir. Bu uzaklık,

$x = (v_0 \cos \theta_0)\, t_2 = 294$ m/sn $\times$ 0,5 $\times$ 52,72 sn

$x = 7749{,}84$ m olarak bulunur.

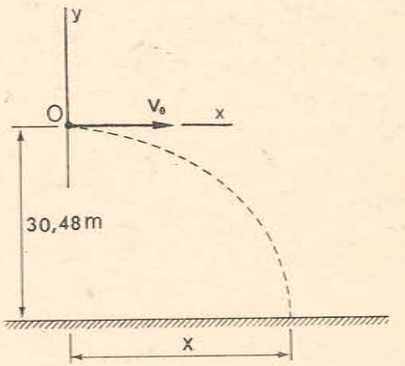
Bu problemi, (3 — 7) ve (3 — 5) denklemlerini kullanarak çözünüz. (3 — 7) denkleminde y = — 196 için pozitif kök, yatay uzaklığı verir.

3 — 3. Küçük bir lastik top, 30,48 metre yükseklikte olan bir kulenin tepesinden 15,24 m/sn lik bir hızla yatay olarak fırlatılıyor.

a) Top, ne kadar zaman sonra yere düşer?

b) Topun, düşünceye kadar alacağı yatay uzaklık ne kadardır?

c) Topun, yere çarpma hızı ne kadardır?



Şek. 39

ÇÖZÜMÜ : a) Topun atıldığı nokta orijin olarak seçilmiştir (Şek. 39). Top yatay olarak atıldığına göre, $\theta_0 = 0$ dır. Bu durumda (3 — 6) denklemi,

$$y = (v_0 \sin \theta_0)\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$y = -\frac{1}{2} g t^2$ şeklini alır. Bu eşitlikten

$y = -30{,}48$ m için t zamanı;

$$-30{,}48\ \text{m} = -\frac{1}{2} \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times t^2$$

$t = 2{,}5$ sn olarak bulunur.

b) Yatay x uzaklığı,

$\theta_0 = 0^0$

$\cos\theta_0 = 1$

$x = (v_0 \cos\theta_0)\ t$

$x = v_0 \times t = 15{,}24$ m/sn $\times$ 2,5 sn

$x = 38{,}1$ m olur.

c) Topun yere çarpma hızı,

$v_x = v_0 \cos\theta_0 = 15{,}24$ m/sn

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$

$v_y = 0 - gt$

$v_y = -9{,}8$ m/sn^2 $\times$ 2,5 sn

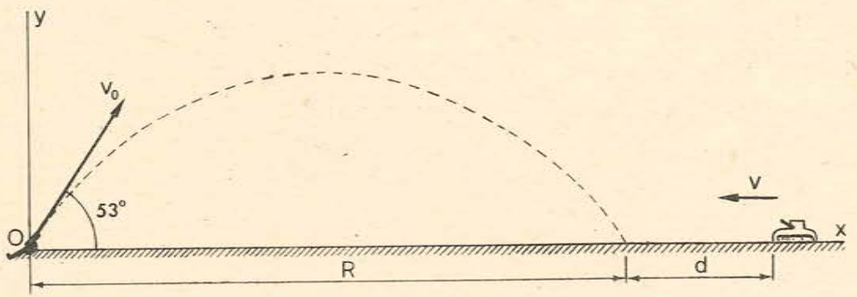
$v_y = -24{,}5$ m/sn

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v = \sqrt{(15{,}24)^2 + (-24{,}5)^2}$

$v = 28{,}8$ m/sn dir.

3 — 4. Bir havan topu ile 53⁰ lik atış açısı altında, düz bir arazide, havan topuna doğru 36 km/saat'lık hızla ilerlemekte olan bir tanka atış yapılıyor (Şek. 40). Merminin namlu hızı $v_0 = 73{,}5$ m/sn olduğuna göre, merminin tanka



Şek. 40

isabet etmesi için havan topunun ateşlenmesi anında tank ne kadar uzakta olmalıdır? ($g = 9{,}8$ m/sn^2 , $\sin 53^0 = 0{,}8$, $\cos 53^0 = 0{,}6$ olarak alınacaktır).

ÇÖZÜMÜ : Havan topunun ateşlenmesi anında tankın topa olan uzaklığı R + d dir. Merminin R yatay uzaklığını alması için geçen t_x (uçuş zamanı) zamanı,

$$y = (v_0 \sin\theta_0)\ t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$0 = (v_0 \sin\theta_0)\ t_x - \frac{1}{2} gt_x^2$$

$$t_x = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2 \times 73{,}5 \text{ m/sn} \times 0{,}8}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} = 12 \text{ sn}$$ dir.

Merminin tanka isabet etmesi için d uzaklığı, tankın 12 saniyede alabileceği bir uzaklık olmalıdır.

R ve d uzaklıkları;

$R = v_x \times t_x$

$R = 44{,}1$ m/sn $\times$ 12 sn

$R = 529{,}2$ m

$d = v \times t_x$

$d = 10$ m/sn $\times$ 12 sn $= 120$ m

$v_x = v_0 \cos\theta_0$

$v_x = 73{,}5$ m/sn $\times$ 0,6 $= 44{,}1$ m/sn

$v = 36$ km/saat $= 10$ m/sn

Havan topunun ateşlenmesi anında tankın uzaklığı,

$x = R + d = 529{,}2$ m $+ 120$ m $= 641{,}2$ m olarak bulunur.

3 — 5. Bir toptan atılan merminin atış uzaklığı 21217 metre ve uçuş süresi 50 saniye olduğuna göre,

a) Atış açısını,

b) Merminin ilk hızını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : a) Atış uzaklığını R ve uçuş süresini t_x ile göstermiştik.

$R = 21217$ m

$t_x = 50$ sn

$\theta_0 = ?$

$v_0 = ?$

$$t_x = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$$

$25 \times 9{,}8 = v_0 \sin\theta_0$ (1)

$R = v_x \times t_x$

$21217 = v_0 \cos\theta_0 \times 50$

$$\frac{21217}{50} = v_0 \cos\theta_0$$ (2)

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{25 \times 9{,}8 \times 50}{21217} = \text{tg}\theta_0$$ (3) eşitliği bulunur.

Bu eşitlikten atış açısı;

$$\text{tg}\theta_0 = \frac{625}{1082{,}5} \cong 0{,}5774$$

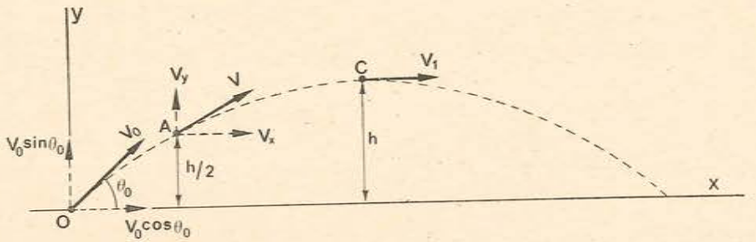
$\theta_0 = 30^0$ olarak bulunur.

b) (1) veya (2) eşitliklerinden merminin ilk hızı;

$25 \times 9{,}8 = v_0 \sin\theta_0$

$$v_0 = \frac{25 \times 9.8}{\sin\theta_0} = \frac{25 \times 9{,}8}{0{,}5} = 490 \text{ m/sn}$$ olarak bulunur.

3 — 6. v_0 ilk hızı ile atılan (Şek. 41) bir merminin, C noktasındaki (tepe noktasındaki) hızının, A noktasındaki hızına oranı $\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{6}{7}}$ olduğuna göre; θ_0 açısının (atış açısının) değeri ne kadardır?



Şek. 41

ÇÖZÜMÜ : Eğik atışta hızın, v_x bileşeninin her zaman aynı kaldığını biliyoruz. O halde $v_0 \cos\theta_0 = v_x$ eşitliğini yazabiliriz.

Hızın, v_y bileşeni başlangıçta $v_0 \sin\theta_0$ dır. Bu 0C arasında gittikçe küçülür. Çünkü hareketin g ivmesi aşağı yönlüdür. En yüksek noktada (C noktasında) sıfır olur.

$$0 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2gh \quad , \quad h = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g} \qquad (1)$$

Tepe noktasında v_1 hızı, $v_{1_y} = 0$ olduğundan $v_1 = v_x = v_0 \cos\theta_0$ dır. (2)

A noktasındaki v hızının, v_y bileşeni;

$$v_y^2 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2g \frac{h}{2}$$ (3) eşitliğinden hesaplanabilir.

(1) denkleminden h/2,

$\frac{h}{2} = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{4g}$ dir. Bu değer (3) denkleminde yerine konulursa,

$$v_y^2 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2g \frac{h}{2} = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2g \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{4g}$$

$$v_y^2 = \frac{1}{2}(v_0 \sin\theta_0)^2 \text{ olur.}$$

A noktasındaki hızın karesi için,

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (v_0 \cos\theta_0)^2 + \frac{1}{2}(v_0 \sin\theta_0)^2$$

$$v^2 = (v_0 \cos\theta_0)^2 + \frac{1}{2} v_0^2 (1 - \cos^2\theta_0) = \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{2}(v_0 \cos\theta_0)^2$$

eşitliği bulunur.

$\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{6}{7}}$, $\frac{v_1^2}{v^2} = \frac{6}{7}$ (4) olduğuna göre

v_1^2 ve v^2 nin değerleri (4) eşitliğinde yerine konularak θ_0 açısı,

$$\frac{(v_0 \cos\theta_0)^2}{1/2\, v_0^2 + 1/2\, (v_0 \cos\theta_0)^2} = \frac{6}{7}$$

$$7 (v_0 \cos\theta_0)^2 = 3v_0^2 + 3 (v_0 \cos\theta_0)^2$$
$$4 (v_0 \cos\theta_0)^2 = 3v_0^2$$
$$4 v_0^2 \cos^2\theta_0 = 3v_0^2$$

$$\cos^2\theta_0 = \frac{3}{4}$$

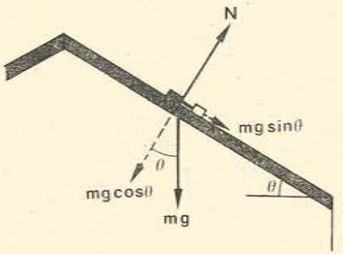
$$\cos\theta_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\theta_0 = 30^0$ olarak bulunur.

3 — 7. Büyük bir binanın çatısının en yüksek noktasında oturarak çalışan bir işçi, çekicini yanına bırakıyor. Çekiç, çatı boyunca kayarak kenardan düşüyor. Çatının, boyu 20 metre, en alçak noktasının yerden yüksekliği 33,6 metre ve $\theta = 30^0$ olduğuna göre, çekicin binanın duvarından ne kadar uzağa düşeceğini hesaplayınız. (Sürtünmeleri önemsemeyiniz. $\sin 30^0 = 0{,}5$, $\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $g = 9{,}8$ m/sn²)

ÇÖZÜMÜ : Hareketin ilk kısmı (Şek. 42) de gösterilmiştir. Çatı boyunca kayan çekiç üzerine iki kuvvet etki eder.

1. Aşağı yönlü mg ağırlığı,
2. Normal N kuvveti.



Şek. 42

mg ağırlığının mg cos θ bileşeni, normal kuvvetle denge halindedir. mg ağırlığının öteki mg sin θ bileşeni çekicin çatı boyunca olan hareketini sağlayan kuvvettir.

Newton'un ikinci hareket kanununa göre,
mg sin θ = ma (1) eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten hareketin a ivmesi,

$a = g \sin\theta = 9{,}8\ m/sn^2 \times 0{,}5 = 4{,}9\ m/sn^2$ olarak bulunur.

Bu ivme ile sükûnetten harekete geçen çekicin, 20 metre yol aldığında hızı;

$v_0 = 0$ $\qquad v^2 = v_0^2 + 2as$

$a = 4{,}9\ m/sn^2$ $\qquad v^2 = 0 + 2 \times 4{,}9\ m/sn^2 \times 20\ m$

$s = 20\ m$ $\qquad v^2 = 196\ m^2/sn^2$

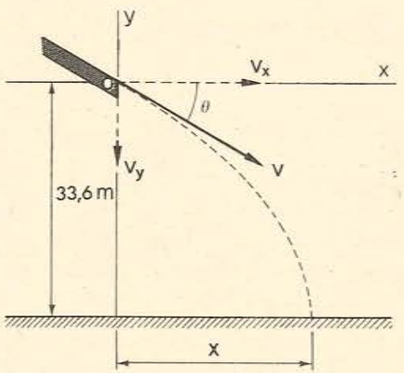
$v = ?$ $\qquad v = 14\ m/sn$ olur.

Hareketin ikinci kısmı (Şek. 43) de gösterilmiştir. Bu hareket, sabit hızlı yatay bir bileşenle sabit ivmeli düşey bir bileşenin birleşimi olan bir harekettir (eğik atış). y nin aşağı doğru olan istikâmeti, pozitif alınarak;

$x = (v \cos\theta)\ t$ (2)

$y = (v \sin\theta)\ t + \frac{1}{2}\ gt^2$ (3)

eşitliklerini yazabiliriz.



Şek. 43

Not : Her zaman olduğu gibi y nin aşağı doğru olan istikameti negatif alınırsa (3) denklemi,

$-y = (-v \sin\theta)\ t - \frac{1}{2}\ gt^2$ şeklinde yazılır.

(2) ve (3) denklemlerinden,

$$y = v \sin\theta \frac{x}{v \cos\theta} + \frac{g}{2} \times \frac{x^2}{(v \cos\theta)^2}$$

$$33{,}6 = 14 \times 0{,}5 \frac{x}{14 \times \sqrt{3}/2} + \frac{9{,}8}{2} \times \frac{x^2}{196 \times 3/4}$$

$$33{,}6 = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{x^2}{30}$$

$x^2 + \frac{30x}{\sqrt{3}} - 1008 = 0$ (4) denklemi bulunur.

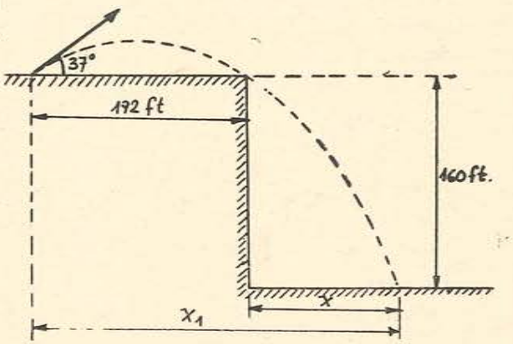
Bu denklemin pozitif kökü olan $x = 14\sqrt{3}$ m sorumuzun cevabıdır.

3 — 8. Bir taş, (Şek. 44) görüldüğü gibi 160 ft derinlikte bir uçurumun 192 ft gerisinden yatayla 37° lik açı yapacak şekilde, v_0 hızı ile atılıyor. Bu atışta, taş tam uçurumun kenarından geçiyor.

a) Taşın ne kadarlık bir hızla atıldığını,

b) Taşın düştüğü noktanın, uçurumun kenarına olan x yatay uzaklığını bulunuz.

($\cos 37^0 = 0{,}8$, $g = 32\ ft/sn^2$ alınacak. Diğer açılar için trigonometrik cedvele bakılacak.)



Şek. 44

ÇÖZÜMÜ : a) R atış uzaklığı ile ilgili bağıntı,

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$ dir. Bu denklemden v_0 hızı;

$$192 \text{ ft} = \frac{v_0^2 \times 0{,}961}{32 \text{ ft/sn}^2}$$

$R = 192$ ft
$g = 32$ ft/sn²
$\sin 2\theta_0 = \sin 74^0 = 0{,}961$
$v_0 = ?$

$$v_0^2 = \frac{192 \text{ ft} \times 32 \text{ ft/sn}^2}{0{,}961}$$

$v_0 = 80$ ft/sn olarak bulunur.

b) $y = -160$ ft için x_1 yatay uzaklığı,

$$y = x\text{tg}\theta_0 - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$$

$$-160 \text{ ft} = 0{,}754\, x_1 - \frac{32 \text{ ft/sn}^2}{2\,(80 \text{ ft/sn})^2\, 0{,}64} x_1^2$$

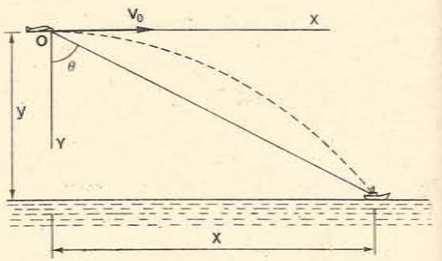
$x_1^2 - 192\, x_1 - 40960 = 0$
$x_1 = 320$ ft olur.
x yatay uzaklığı ise;
$x_1 = R + x$
$x = 320 \text{ ft} - 192 \text{ ft} = 128$ ft olarak bulunur.

3 — 9. 1960 metre yüksekten, 720 km/saat'lık hızla yatay olarak uçan bir uçaktan bir borba bırakılıyor (Şek. 45). Bombanın gemiye isabet etmesi için,

a) Geminin durmakta olduğunu kabul ederek, bombanın bırakıldığı anda uçağı gemiye birleştiren doğrunun, düşeyle yaptığı açı ne kadar olmalıdır?

b) Geminin, uçma hattı boyunca 19,4 deniz mili/saat (≅ 36 km/saat hızla uçaktan uzaklaştığını kabul ederek aynı soru.

(1 deniz mili = 6080 ft ≅ 1852,8 m)



Şek. 45

ÇÖZÜMÜ : a) Bombanın bırakıldığı noktayı orijin olarak seçelim. Uçak 720 km/saat'lık yatay hıza sahip olduğuna göre, bombanın hızı da aynı olacaktır. O halde bomba, 720 km/saat'lık (= 200 m/sn) hızla yatay olarak atılmış bir cismin hareketini yapar. y ekseninin aşağıya yönü pozitif alınarak yatay atışın hareket süresi,

$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$1960 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{1960 \text{ m} \times 2}{9{,}8 \text{ m/sn}^2}$$

$t = 20$ sn olarak bulunur.

Bu süre içinde bombanın almış olduğu x yatay uzaklığı,

$x = v_0 t = 200$ m/sn $\times$ 20 sn $= 4000$ m dir.

Bombanın gemiye isabet etmesi için bombanın uçaktan bırakıldığı anda, uçağı gemiye birleştiren doğrunun düşeyle yaptığı θ açısı;

$$\text{tg}\theta = \frac{x}{y} = \frac{4000}{1960} = 2{,}04$$

$\theta = 63{,}8^0$ olmalıdır.

b) Gemi, 19,4 mil/saat'lık (≅ 36 km/saat) hızla uçma hattı boyunca uçaktan uzaklaştığına göre, uçakla gemi arasındaki relativ hız önemlidir. Bu hız,

$V_{BG} = 720$ km/saat $- 36$ km/saat $= 684$ km/saat $= 190$ m/sn dir.

v_0 yerine bu hız konularak θ' açısı,

$$\text{tg}\theta' = \frac{190 \text{ m/sn} \times 20 \text{ sn}}{1960 \text{ m}} \cong 1{,}939$$

$\theta' = 62{,}7^0$ olarak bulunur.

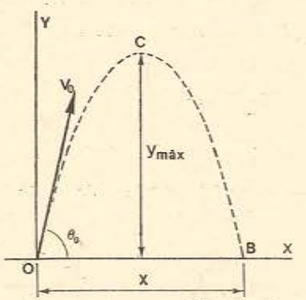
Geminin uçma hattı boyunca 19,4 mil/saat'lık hızla uçaktan uzaklaşması halinde, bombanın gemiye isabet etmesi için, uçaktan gemi, düşeyle $62{,}7^0$ lik açı altında görüldüğünde bomba bırakılmalıdır.

3 — 10. Eğik atışta (Şek. 46), v_0 hızı ile atılan bir merminin çıkabileceği en büyük yüksekliğin (y_{max}), atış uzaklığına eşit olması için atış açısı ne kadar olmalıdır?

ÇÖZÜMÜ $y_{max} = R$ olması halinde θ_0 atış açısı,

$y_{max} = R = x$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = v_0 \cos\theta_0 \cdot \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g}$$



Şek. 46

$$\frac{\sin\theta_0}{2} = 2\cos\theta_0$$

$$\frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0} = 4 \quad , \quad \mathrm{tg}\theta_0 = 4 \quad , \quad \theta_0 \cong 76^0 \quad \text{dir.}$$

3 — 11. Yatay olarak atılan bir mermi 50 metre uzaktaki noktanın 1,225 metre altına vuruyor. Merminin ilk hızını bulunuz. ($g = 9{,}8\ m/sn^2$)

ÇÖZÜMÜ : y ekseninin aşağıya yönü pozitif alınarak, merminin hedefe varması için geçen zaman,

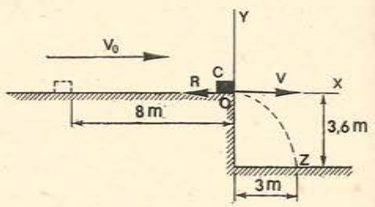
$$y = \frac{1}{2} gt^2 \quad , \quad 1{,}225\ m = \frac{1}{2} \times 9{,}8\ m/sn^2 \times t^2 \quad , \quad t = 0{,}5\ sn \quad \text{dir.}$$

Merminin, 50 metrelik yatay hareketi de 0,5 saniye süreceğinden merminin ilk hızı;

$x = v_0 \times t \quad , \quad 50\ m = v_0 \times 0{,}5\ sn \quad , \quad v_0 = 100\ m/sn$ olarak bulunur.

3 — 12. Yapılmakta olan bir binanın ikinci katının döşemesi üzerinde $v_0 = 6{,}5\ m/sn$ lik bir hızla ileriye doğru itilen C cismi, 8 m yol aldıktan sonra kenardan düşüyor (Şek. 47).

Döşemenin yerden yüksekliği 3,6 metre ve cismin yere düştüğü noktanın duvara olan uzaklığı 3 metre olduğuna göre; döşeme ile cisim arasındaki kinetik sürtünme katsayısını hesaplayınız.



Şek. 47

ÇÖZÜMÜ : Cismin düştüğü noktayı orijin olarak seçelim. O noktasına geldiği anda cismin hızı v olsun. Cisim, bu noktadan bu hızla yatay olarak atılmış bir cisim gibi hareketine devam eder. y ekseninin aşağıya yönü pozitif alınarak yatay atışın hareket süresi,

$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$3{,}6 = \frac{1}{2} \times 9{,}8\ m/sn^2 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{3{,}6\ m}{4{,}9\ m/sn^2} \quad , \quad t = \frac{6}{7}\ sn \quad \text{olur.}$$

C cisminin O noktasındaki v hızı,

$x = vt$

$$3\ m = v \times \frac{6}{7}\ sn$$

$v = 3{,}5\ m/sn$ dir.

Cismin döşeme üzerindeki hareketi, düzgün yavaşlayan bir harekettir. R sürtünme kuvveti, hareketin hızını düzgün olarak azaltan kuvvettir. Bu hareketin a ivmesi,

$v^2 = v_0^2 - 2as$

$(3{,}5\ m/sn)^2 = (6{,}5\ m/sn)^2 - 2 \times a \times 8\ m$

$$a = \frac{30}{16}\ m/sn^2 \quad \text{dir.}$$

Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

$R = \mu_k \times N = \mu_k \times mg = ma$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten μ_k sürtünme katsayısı,

$$\mu_k = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{30/16}{9{,}8} = 0{,}19 \quad \text{olarak bulunur.}$$

3 — 13. Eğimli yokuş bir arazide (Şek. 48) v_0 hızı ile atılan bir merminin,

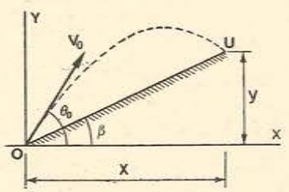
a) Havada kalış süresini,

b) Atıldığı nokta ile yere çarptığı nokta arasındaki $\overline{OU}$ uzaklığını, hesaplamakta kullanılan bağıntıları bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) Eğik atışta x ve y koordinatları,

$$x = (v_0 \cos\theta_0)\ t \quad , \quad y = (v_0 \sin\theta_0)\ t - \frac{1}{2} gt^2$$

bağıntılarından hesaplanır.



Şek. 48

$\mathrm{tg}\beta = \frac{y}{x}$ dir. Bu eşitlikte x ve y nin değerleri yerlerine konularak, merminin havada kalış süresi ile ilgili bağıntı bulunur.

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{y}{x} = \frac{(v_0 \sin\theta_0)\ t - 1/2\ gt^2}{(v_0 \cos\theta_0)\ t} = \frac{v_0 \sin\theta_0 - 1/2\ gt}{v_0 \cos\theta_0}$$

$$\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{v_0 \sin\theta_0 - 1/2\ gt}{v_0 \cos\theta_0}$$

$$v_0 \cos\theta_0 \sin\beta = v_0 \sin\theta_0 \cos\beta - 1/2\ gt \times \cos\beta$$
$$1/2\ gt \times \cos\beta = v_0 \sin\theta_0 \cos\beta - v_0 \cos\theta_0 \sin\beta$$

$$t = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin\theta_0 \cos\beta - \cos\theta_0 \sin\beta}{\cos\beta}$$

$$\boxed{t = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin(\theta_0 - \beta)}{\cos\beta}}$$

Not : $\sin\theta_0 \cos\beta - \cos\theta_0 \sin\beta = \sin(\theta_0 - \beta)$ dır.

b) $\overline{OU}$ uzaklığını hesaplamaya yarayan bağıntı ise;

$$\overline{OU} = \frac{x}{\cos\beta} = \frac{(v_0 \cos\theta_0)\ t}{\cos\beta} = \frac{v_0 \cos\theta_0}{\cos\beta}\left(\frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin(\theta_0 - \beta)}{\cos\beta}\right)$$

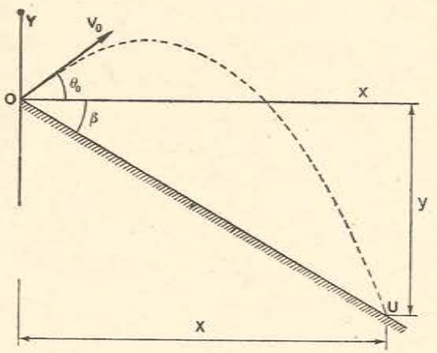
$$\boxed{\overline{OU} = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta_0 \sin(\theta_0 - \beta)}{\cos^2\beta}} \quad \text{dır.}$$

3 — 14. Eğimli iniş bir arazide (Şek. 49) 433 m/sn lik hızla atılan bir merminin,

a) Havada kalış süresini,

b) Atıldığı nokta ile yere düştüğü nokta arasındaki $\overline{OU}$ uzaklığını bulunuz.

($\theta_0 = 32^0$, $\beta = 30^0$ dir.)



Şek. 49

ÇÖZÜMÜ : a) (3 — 13) problemde t ve $\overline{OU}$ uzaklığını hesaplamaya yarayan bağıntılarda β yerine $-\beta$ konularak,

$$t = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin(\theta_0 + \beta)}{\cos\beta} \qquad (1)$$

$$\overline{OU} = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta_0 \sin(\theta_0 + \beta)}{\cos^2\beta} \qquad (2)$$ bağıntıları yazılır.

(1) denkleminde sayısal değerler yerlerine konularak merminin havada kalış süresi,

$$t = \frac{2 \times 433\ \text{m/sn}}{9{,}8\ \text{m/sn}^2} \cdot \frac{0{,}883}{0{,}866} = 90{,}1\ \text{sn}$$ ve

b) (2) bağıntısından $\overline{OU}$ uzaklığı,

$$\overline{OU} = \frac{2\ (433\ \text{m/sn})^2}{9{,}8\ \text{m/sn}^2} \cdot \frac{0{,}848 \times 0{,}883}{0{,}866 \times 0{,}866}$$

$\overline{OU} \cong 38203{,}3$ m olarak bulunur.

3 — 15. Bir çocuk futbol sahasında yerde duran futbol topuna, ayakla vurarak yatayla 37^0 lik bir açı altında 14,7 m/sn lik hız veriyor.

a) Top, ne kadar zaman sonra yere çarpar?

b) Top, en fazla ne kadar yükseğe çıkar?

c) Top, ne kadar uzakta yere çarpar?

($\sin 37^0 = 0{,}6$, $\cos 37^0 = 0{,}8$ ve $g = 9{,}8\ \text{m/sn}^2$ alınacak).

CEVAP : a) 1,8 sn , b) $\cong$ 3,97 m , c) 21,168 m.

3 — 16. Düz bir arazide bir taş, yatay bileşeni 100 ft/sn ve düşey bileşeni 80 ft/sn olan bir hızla atılıyor.

a) Taşın, 2 saniye sonraki yerinin koordinatlarını ve hızını,
b) Taşın, havada kalış süresini,
c) Taşın, yerden en fazla ne kadar yüksekliğe çıkacağını bulunuz.

($g = 32\ \text{ft/sn}^2$ alınacak.)

CEVAP : a) x = 200 ft , y = 96 ft , v = 101 ft/sn
b) 5 sn , c) 100 ft

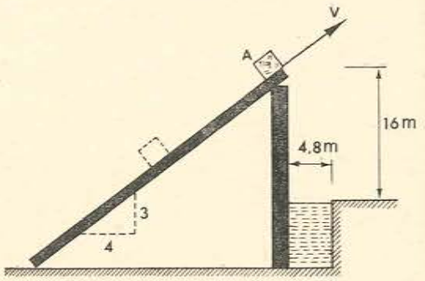
3 — 17. Bir lastik top, 4 m/sn lik bir hızla yatay olarak atılıyor. 1/2 saniye sonra,

a) Topun, bulunduğu yerin koordinatlarını,
b) Hızını bulunuz.

CEVAP : a) x = 2 m , y = —1,225 m
b) v = 6,3 m/sn , $\theta \cong 51^0$ (x ekseninin altında)

3 — 18. Bir eğik düzlem üzerinde A cismi hızla yukarıya doğru ilerlemektedir (Şek. 50). Bu cismin, su dolu çukura düşmemesi için eğik düzlemin en yüksek noktasındaki, v hızı ne kadar olmalıdır?

CEVAP : En az 3 m/sn olmalıdır.



Şek. 50

3 — 19. Bir taş, 10 m/sn lik bir hızla yatayın üstünde 30^0 lik bir açı ile yüksek bir uçurumun kenarından denize doğru atılıyor. Taş 5 saniye sonra suya çarptığına göre,

a) Uçurumun denizden olan yüksekliğini,

b) Taşın, denize düşünceye kadar alacağı yatay uzaklığı bulunuz.

($\sin 30^0 = 0{,}5$, $\cos 30^0 = 0{,}866$ ve $g = 9{,}8$ m/sn² alınacak.)

CEVAP : a) 97,5 m , b) 43,3 m.

3 — 20. Atılan bir top 20 metre uzakta ve 4,16 metre yükseklikteki bir çitin üzerinden ancak değerek aşabiliyor. 45^0 lik açı ile atılan topun, atılma yüksekliği 1,6 metredir. Topun ilk hızını hesaplayınız. ($g = 9{,}81$ m/sn²).

CEVAP : 15 m/sn.

3 — 21. 300 mil/saat'lık hızla yatay uçuş yapan bir uçak, 25600 ft yüksekten 25 mil/saat'lık hızla uzaklaşmakta olan bir destroyeri takip etmektedir.

a) Uçaktan, destroyer hangi açı altında görüldüğünde bomba bırakılmalıdır?

b) Bombanın bırakılmasından itibaren destroyerin, isabetten kurtulmak üzere rotasını değiştirmesi için ne kadar zamanı vardır?

(1 mil = 5280 ft, $g = 32$ ft/sn²).

CEVAP : a) $\simeq 32{,}7^0$, b) 40 sn.

3 — 22. Bir çocuk, pençereden kendisine bakan arkadaşına evin duvarından 20 metre uzaktaki bir çukurdan bir kar topu atıyor. Kartopu, pencereden yatay olarak içeriye giriyor. Pençerenin yerden yüksekliği 11,5 metre olduğuna göre, kar topunun;

a) Atış açısını,

b) İlk hızını bulunuz.

(Kar topunun yer seviyesinden atıldığını kabul ediniz.)

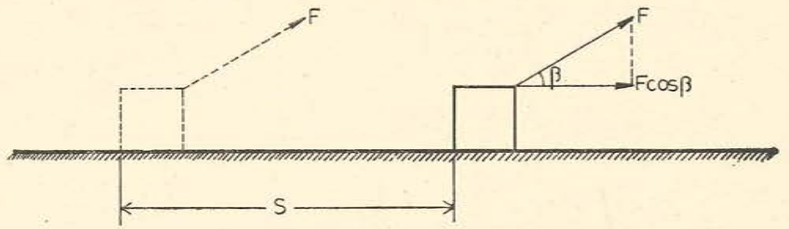
CEVAP : a) 49^0 , b) 19,9 m/sn.

BÖLÜM
IV
İŞ, GÜÇ ve ENERJİ

Günlük hayatımızda iş kelimesiyle her türlü zihnî ve bedenî faaliyetleri kastederiz. Fizikte ise, bu kelime daha dar manada ve belirli bir anlamda kullanılır. Bir kuvvet etki ettiği cismi hareket ettiriyorsa bir iş yapıyor denir.

Sabit bir F kuvvetinin bir cisme etki ettiğini düşünelim (Şek. 51). Cismin s kadar hareket ettirilmesi halinde kuvvet tarafından yapılan iş;

$$\boxed{İ = F \cos\beta \times s} \qquad (4-1) \text{ olur.}$$



Şek. 51

F cos β, kuvvetin yol doğrultusundaki bileşenidir. Eğer kuvvet yol doğrultusunda ise; $\beta = 0^0$, $\cos\beta = 1$ olur. Bu durumda iş,

İş = Kuvvet × Yol

$$\boxed{İ = F \times s} \qquad (4-2) \text{ bağıntısından hesaplanır.}$$

Cismin hareket yönü ile kuvvetin yönü zıd ise, $\beta = 180^0$, $\cos\beta = -1$ olur. Bu durumda iş negatiftir. Bu halde iş, cisim tarafından yapılır. Örneğin; bir otomobil, fren yapılarak yavaşlatıldığında iş, sürtünme kuvvetine karşı otomobil tarafından yapılmış olur.

İŞİN HESAPLANMASINDA SİSTEMLERE GÖRE KULLANILAN BİRİMLER

Birim sistemi	F (kuvvet)	s (yol)	İ (iş)
C.G.S. (mutlak)	dyne	cm	dyne × cm **(erg)**
M.K.S.A. (mutlak)	newton	m	newton × m **(joule)**
English (mutlak)	libre	ft (foot)	lb × ft **(ft . lb)**
M.Kgf.S. (gravitasyon)	kgf	m	Kgf × m **(kgf . m)**

1 newton = 10^5 dyne = 0,2248 lb
1 joule = 10^7 erg = 0,7376 ft . lb
1 kgf . m = 9,80 joule
1 kilowatt - saat = $3{,}6 \times 10^6$ joule
Not : İş ve enerji skaler miktarlardır.

Güç : Fizikte işin yapılma hızına **güç** denir. t saniyelik zaman içinde İ kadar iş yapan bir sistemin gücü;

$$G = \frac{İ}{t} \qquad (4-3)$$ dir.

GÜCÜN HESAPLANMASINDA SİSTEMLERE GÖRE KULLANILAN BİRİMLER

Birim sistemi	İ (iş)	t (zaman)	G (güç)
C.G.S. (mutlak)	erg	sn	**erg/sn**
M.K.S.A. (mutlak)	joule	sn	**joule/sn (= watt)**
English (mutlak)	ft . lb	sn	**ft . lb/sn**
M.Kgf.S. (gravitasyon)	kgf . m	sn	**kgf . m/sn**

Pratikte bunlardan başka güç birimleri de kullanılır.
1 Kilo - watt = 1000 watt = 1,34 H . P
1 Beygir gücü (H . P) = 746 watt = 550 ft . lb/sn
1 Buhar beygiri (P . S veya C . V) = 736 watt = 75 kgf . m/sn dir.

Potansiyel enerji : Bir cismin enerjisi, onun iş yapabilme kabiliyetidir. Bir cismin konumu veya dış şekli icabı haiz olduğu enerjiye **potansiyel enerji** denir. Bir yay büküldüğü vakit bu cisimde şekli icabı potansiyel enerji toplanmış olur. Konumu icabı bir cismin haiz olduğu potansiyel enerji ise, bu cismin yer çekimine karşı yükseltilmesinde yapılan iştir. Ağırlığı mg olan bir cisim, h kadar yükseltildiğinde, bu cismin potansiyel enerjisi,

$$E_p = mgh \qquad (4-4)$$ kadar artar.

Cismin h kadar alçalması halinde ise, potansiyel enerji yukarıdaki miktar kadar azalır.

Kinetik enerji : Bir cismin hareketi icabı sahip olduğu enerjidir. v hızı ile hareket etmekte olan bir m kütlesinin E_k kinetik enerjisi,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \qquad (4-5)$$ bağıntısı ile hesaplanır.

ENERJİNİN HESAPLANMASINDA SİSTEMLERE GÖRE KULLANILAN BİRİMLER

Birim sistemi	m (kütle)	h (yükseklik)	g (yerçekimi ivmesi)	v (hız)	E_p , E_k (Potansiyel ve kinetik enerji)
C.G.S. (mutlak)	gr	cm	980 cm/sn²	cm/sn	**erg**
M.K.S.A. (mutlak)	kg	m	9,8 m/sn²	m/sn	**joule**
English (mutlak)	slug (slag)	ft (foot)	32 ft/sn²	ft/sn	**ft . lb**
M.Kgf.S. (gravitasyon)	(W/g) kg . ağ : m/sn²	m	9,8 m/sn²	m/sn	**kgf . m**

Enerjinin dönüşümü ve sakımı : Yüksekte bulunan bir gölün suyundaki potansiyel enerji (E_p), şelâle halinde akarken kinetik enerjiye (E_k) dönüşür. Şelâledeki kinetik enerji su türbininde mekanik enerjiye, bu da bir jeneratörde elektrik enerjisine dönüşür. Elektrik enerjisi ütüde ısı, lambada ışık enerjisine dönüşür. Bu dönüşümlerde enerji kaybı veya kazancı olmaz. O halde bir cisim veya sistem ne kadar potansiyel enerji kaybetmiş ise, ancak o kadar kinetik enerji kazanır. Enerjinin öteki çeşitlerinin biribirlerine dönüşümünde de, toplam enerji miktarı sabit kalır.

PROBLEMLER

4 — 1. Yatay bir zemin üzerinde bulunan bir cisme, 10 kilogramlık bir kuvvet yatayla 60^0 lik açı yapacak şekilde uygulanıyor. Cisim 50 metre uzağa götürüldüğünde yapılan iş ne kadar olur?

ÇÖZÜMÜ : Kuvvetle yol arasında 60^0 lik bir açı olduğuna göre yapılan iş;
$İ = F \cos\beta \times s = 10 \text{ kgf} \times 0{,}5 \times 50 \text{ m} = 250 \text{ kgf.m}$ olur.

4 — 2. Yatay bir yol üzerinde bulunan bir arabaya, yatay doğrultuda sabit bir kuvvet etki ettirilerek araba 60 metre çekiliyor. Yapılan iş 1200 joule olduğuna göre, arabaya uygulanan kuvvetin şiddeti kaç newton'dur?

ÇÖZÜMÜ : Kuvvet ve yol aynı doğrultuda olduğundan yapılan iş,
$İ = F \times s$ bağıntısı ile hesaplanır. Bu eşitlikten F kuvveti;

$$F = \frac{İ}{s} = \frac{1200 \text{ joule}}{60 \text{ m}} = 20 \text{ joule/m} = 20 \text{ newton}$$ olarak bulunur.

4 — 3. 4 kilogram ağırlığında olan bir cisim 5 metre yukarıya kaldırılıyor. Yapılan işi,

a) kgf.m,

b) joule,

c) erg olarak hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : a) $İ = F \times s = 4 \text{ kgf} \times 5 \text{ m} = 20 \text{ kgf.m}$

b) 1 kgf.m = 9,8 joule olduğunu hatırlayarak,
$İ = 20 \times 9{,}8 = 196$ joule.

c) 1 joule = 10^7 erg
$İ = 196 \times 10^7$ erg.
Yapılan iş = 20 kgf.m = 196 joule = 196×10^7 erg'dir.

4 — 4. 6 kilogram ağırlığında olan bir cisim yerçekimine karşı 10 metre yükseltiliyor. Cismin kazandığı potansiyel enerjiyi hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : Cismin kazandığı potansiyel enerji,
$E_p = W \times h = 6 \text{ kgf} \times 10 \text{ m} = 60 \text{ kgf.m}$ olur.

4 — 5. 72 km/saat'lık hızla gitmekte olan 1200 kilogramlık bir otomobilin kinetik enerjisi ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ : Otomobilin kinetik enerjisi,

$m = 1200 \text{ kg}$ $\qquad E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1200 \text{ kg} \times 400 \text{ m}^2/\text{sn}^2$
$v = 72 \text{ km/saat} = 20 \text{ m/sn}$
$E_k = ?$ $\qquad E_k = 240000 \text{ kg.m}^2/\text{sn}^2 = 240000$ joule

olarak bulunur.

4 — 6. 500 kg'lık bir çelik kiriş bir vinç vasıtasiyle 2 saniye içinde 3 metre yükseğe kaldırılıyor.

a) Yapılan işi, joule ve erg olarak,

b) Gücü, watt olarak hesaplayınız.

(Kirişin sabit bir hızla yukarıya doğru kaldırıldığını kabul ediniz.)

ÇÖZÜMÜ : a) Kirişi sabit bir hızla yukarıya doğru kaldırmak için gerekli F kuvvetinin şiddeti, çelik kirişin mg ağırlığına eşittir.
$F = mg = 500 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 = 4900$ newton
$İş = 4900 \text{ nt} \times 3 \text{ m} = 14700 \text{ joule} = 14700 \times 10^7$ erg.

b) $G = \frac{İ}{t} = \frac{14700 \text{ joule}}{2 \text{ sn}} = 7350$ watt.

4 — 7. Bir uçak 2250 H.P.'lık dört motora haizdir. Bütün motorlar çalıştırıldığında uçak 540 km/saat'lık hızla uçuyor. Bu durumda itme kuvveti ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ :
$G = 2250 \times 4 = 9000 \text{ H.P.} = 9000 \times 746$ watt
$v = 540 \text{ km/saat} = 150 \text{ m/sn}$
$F = ?$
G (Güç) = F (Kuvvet) × v (Hız) dır.

Bu eşitlikte yukarıdaki değerler yerlerine konularak F itme kuvveti;
$9000 \times 746 \text{ watt} = 150 \text{ m/sn} \times F$

$$F = \frac{9000 \times 746 \text{ watt}}{150 \text{ m/sn}} = 44760 \text{ newton olarak bulunur.}$$

4 — 8. Kütlesi 2 kg olan metal bir küre 20 m/sn'lik bir hızla yatay bir zemin üzerinde dönerek hareket etmektedir. Kürenin eksenine göre eylemsizlik momenti $I = 2/5\ mr^2$ olduğuna göre,

a) Toplam kinetik enerjiyi joule olarak hesaplayınız.

b) Bu küre bu hızla yuvarlanırken yatayla 30° lik açı yapan bir eğik düzleme raslıyor. Sürtünmeleri önemsemiyerek, kürenin eğik düzlem üzerinde aldığı yolu hesaplayınız. ($g = 10\ m/sn^2$ alınız).

ÇÖZÜMÜ : Kütlesi m, eylemsizlik momenti I olan bir cisim dönerek yol alırken bir dönme kinetik enerjisi, bir de sürüklenme kinetik enerjisi vardır. Cismin toplam kinetik enerjisi;

$$E_k = \frac{2}{1} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (1) \text{ bağıntısı ile hesaplanır.}$$

Kürenin yarı çapı r olduğuna göre ω açısal hızı, $\omega = v/r$ dir. (1) eşitliğinde sayısal değerler yerlerine konularak,

$$E_k = \frac{1}{2} \times 2\text{ kg} \times 400\ m^2/sn^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2\text{ kg} \times r^2 \times \frac{400\ m^2/sn^2}{r^2}$$

$$E_k = 400\ kg.m^2/sn^2 + 160\ kg.m^2/sn^2$$

$E_k = 560\ kg.m^2/sn^2 = 560$ joule olarak bulunur.

b) Enerjinin sakımı prensibine göre,

$E_k = E_p$ yazılarak eğik düzlem üzerinde kürenin çıkabileceği noktanın h yüksekliği,

$560 \text{ joule} = mgh$

$560 \text{ joule} = 2 \text{ kg} \times 10\ m/sn^2 \times h$

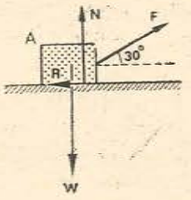
$$h = \frac{560 \text{ joule}}{20\ kg.m/sn^2} = 28 \text{ m} \quad \text{dir.}$$

Kürenin eğik düzlem üzerinde alacağı s yolu ise,

$$\sin 30^0 = \frac{h}{s}$$

$$s = \frac{28 \text{ m}}{0{,}5} = 56 \text{ m} \quad \text{dir.}$$

4 — 9. Yatay bir düzlem üzerinde, A cismi yatayla 30° lik açı yapan bir F kuvveti tarafından sağa doğru hareket ettiriliyor (Şek. 52). Cisme etki eden öteki kuvvetler; W cismin ağırlığı, N normal kuvvet ve R sürtünme kuvvetidir. A cisminin düzlem üzerinde 10 m yol alması halinde, $W = 200$ kgf, $F = 100$ kgf ve $R = 30$ kgf olduğuna göre;



Şek. 52

a) Her bir kuvvetin yaptığı işi,

b) Toplam işi,

c) Yüzeyler arasındaki μ_k kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) F kuvvetinin hareket yönündeki bileşeni $F\cos 30^0$ dir. Bu kuvvetin işi;

$\dot{I}_F = (F\cos 30^0)\ s = 100 \text{ kgf} \times 0{,}866 \times 10 \text{ m} = 866 \text{ kgf.m}$ dir.

W ve N kuvvetlerinin ikisi de hareket yönüne dik olduğundan,

$\dot{I}_W = 0$; $\dot{I}_N = 0$ dır.

R sürtünme kuvveti, hareket ile zıd yönde olduğu için frenleyici $\dot{I}_R$ işi ise;

$\dot{I}_R = -R \times s = -30 \text{ kgf} \times 10 \text{ m} = -300 \text{ kgf.m}$ dir.

b) İş skaler bir büyüklük olduğu için toplam iş, bütün işlerin cebirsel toplamına eşittir.

$$\text{Toplam iş} = \dot{I}_F + \dot{I}_W + \dot{I}_N + \dot{I}_R$$

$$\dot{I} = (F\cos 30^0)\ s + 0 + 0 - R \times s$$

$$\dot{I} = (F\cos 30^0 - R)\ s = (100 \times 0{,}866 - 30)\ 10 = 566 \text{ kgf.m}$$

$(F\cos 30^0 - R)$ cisim üzerine etkiyen bileşke kuvvettir. O halde bütün kuvvetlerin yaptıkları toplam iş, bileşke kuvvetin yaptığı işe eşittir.

c) Cisim alçalıp yükselmediğinden,

$\Sigma Fy = 0$; $N + F\sin 30^0 - W = 0$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten normal kuvvet;

$N = W - F\sin 30^0 = 200 \text{ kgf} - 100 \text{ kgf} \times 0{,}5 = 150 \text{ kgf}$ olarak bulunur.

Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı ise,

$R = \mu_k \times N$ denkleminden hesaplanır.

$$\mu_k = \frac{R}{N} = \frac{30 \text{ kgf}}{150 \text{ kgf}} = 0{,}2$$

4 — 10. Bir otomobili yatay bir yolda 54 km/saat'lık sabit bir hızla hareket ettirebilmek için 20 P.S lik bir güç kullanmak gerektiğine göre, sürtünme kuvvetini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: Otomobil üzerine etki eden kuvvetler (Şek. 53) de gösterilmiştir. Otomobilin hızı sabit kaldığına göre, bu kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır. O halde,

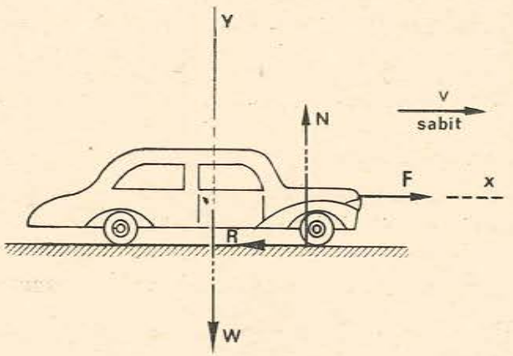
$\Sigma F_x = 0$; $F - R = 0$ (1)

$\Sigma F_y = 0$; $N - W = 0$ (2)

eşitliklerini yazabiliriz.

Otomobile, F kadar çekici bir kuvvet uygulamak için kullanılan güç,

$P = F \times v$ (3) bağıntısı ile hesaplanır.



Şek. 53

$P = 20 \times 75$ kgf.m/sn ve $v = 54$ km/saat $= 15$ m/sn olarak bilindiğine göre, bu bağıntıdan F kuvvetinin şiddeti;

$$F = \frac{P}{v} = \frac{20 \times 75 \text{ kgf.m/sn}}{15 \text{ m/sn}} = 100 \text{ kgf olarak bulunur.}$$

(1) eşitliğinde $F = R$ dir. O halde R sürtünme kuvvetinin şiddeti de;
$R = F = 100$ kgf'tir.

4 — 11. Bir çocuk bir çiviyi duvara çakarken kullandığı çekici her defasında v = 1,4 m/sn'lik bir hızla çivi üzerine vuruyor. Her vuruşta çivi 0,2 cm duvara giriyor. Duvarın gösterdiği direnç 60 kgf olduğuna göre, çekicin ağırlığını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: Çekicin çivi başına vurduğu andaki enerjisi E_k, duvarın direncine karşı yapılan işe eşittir. O halde,

$E_k = R \times s$

$\frac{W}{2g} v^2 = R \times s$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten çekicin W ağırlığı;

$$\frac{W}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 1{,}96 \text{ m}^2/\text{sn}^2 = 60 \text{ kgf} \times 0{,}002 \text{ m}$$

$W = 1{,}2$ kgf olarak bulunur.

Not: $v = 4$ m/sn'lik hızla hareket etmekte olan bir cismin ağırlığı $W = 4{,}9$ kgf ise E_k kinetik enerjisi, M.Kgf.S gravitasyon birim sistemine göre;

$$E_k = \frac{W}{2g} v^2 = \frac{4{,}9 \text{ kgf}}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 16 \text{ m}^2/\text{sn}^2 = 4 \text{ kgf.m dir.}$$

4 — 12. Sükûnette bulunan 50 kilogram ağırlığındaki bir cisme, F = 4 kgf'lik bir kuvvet yatayla 60^0 lik açı yapacak şekilde etki ediyor (Şek. 54). Cisim 10 metre yol aldığında hızı ne kadar olur? (Sürtünmeyi önemsemeyiniz. g = 9,8 m/sn² alınız.)

ÇÖZÜMÜ:

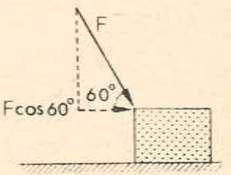
Kuvvet tarafından yapılan iş = Cismin kazandığı kinetik enerji

$$F \cos 60^0 \times s = \frac{W}{2g} v^2$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten cismin v hızı;

$$4 \text{ kgf} \times 0{,}5 \times 10 \text{ m} = \frac{50 \text{ kgf}}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times v^2$$

$v = 2{,}8$ m/sn olarak bulunur.



Şek. 54

4 — 13. Bir çocuk elinde tutmakta olduğu 0,2 kg'lık bir topu düşey olarak yukarıya doğru atıyor. Topu atarken, çocuğun eli 60 cm yukarıya kalkıyor ve top 14,7 m/sn'lik bir hızla çocuğun elini terkediyor.

a) Topu atarken, çocuğun topa sabit bir kuvvet etki ettirdiğini kabul ederek bu kuvvetin değerini,

b) Topun atıldığı noktadan 5 metre yükseğe çıktığı andaki hızını,

c) Topun atıldığı noktadan kaç metre yükseğe çıkacağını hesaplayınız.

(g = 9,8 m/sn² alınız. Havanın direncini önemsemeyiniz).

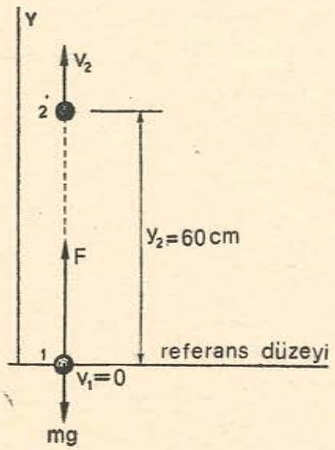
ÇÖZÜMÜ: a) Başlangıçta, çocuğun elinde tuttuğu topun düzeyini, referans düzeyi olarak alalım (Şek. 55). Bu noktada (1 noktasında) topun kinetik ve potansiyel enerjisi,

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = 0 \; ; \; E_{p_1} = mgy_1 = 0 \text{ dır.}$$

Topun, çocuğun elini terkettiği 2 noktasında ise, kinetik ve potansiyel enerjisi,

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \text{ kg} \times 216{,}09 \text{ m}^2/\text{sn}^2 = 21{,}609 \text{ joule}$$

$$E_{p_2} = mgy_2 = 0{,}2 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times 0{,}6 \text{ m} = 1{,}176 \text{ joule'dur.}$$



Şek. 55

Çocuğun, topu atmak için elini yukarıya doğru kaldırırken 0,6 metre'lik yol boyunca, topa etki ettirdiği sabit kuvveti F ile gösterelim. Bu kuvvetin,
$\dot{I}_F = F(y_2 - y_1)$ işi, **topun kinetik ve potansiyel enerji değişimlerinin toplamına eşittir.**

$$\left(\frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 \right) + (mgy_2 - mgy_1) = F(y_2 - y_1) \qquad (1)$$

Bu eşitlikten F kuvveti;

$$\left(\frac{1}{2} mv_2^2 - 0 \right) + (mgy_2 - 0) = F(y_2 - 0)$$

$$\frac{1}{2} mv_2^2 + mgy_2 = Fy_2 \quad , \quad 21{,}609 \text{ joule} + 1{,}176 \text{ joule} = Fy_2$$

$$F = \frac{22{,}785 \text{ joule}}{0{,}6 \text{ m}} = 37{,}975 \text{ nt} = 3{,}875 \text{ kgf} \quad \text{olarak bulunur.}$$

Not: 1. F kuvveti sabit olsa da olmasa da, 22,785 joule iş yapar.

2. (1) denkleminden,

$$\frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = F(y_2 - y_1) - mg(y_2 - y_1)$$

$$\frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = (F - mg)(y_2 - y_1) \qquad (2) \text{ bağıntısı}$$

elde edilir. $(F - mg)(y_2 - y_1)$, bileşke kuvvetin yaptığı iştir. O halde;

Bileşke kuvvetin yaptığı iş (toplam iş), cismin veya sistemin kazandığı veya kaybettiği kinetik enerjiye (kinetik enerjideki değişmeye) eşit olur. Birçok problemlerimizde bu iş - enerji denkleminden yararlanacağız.

b) Hava direncinin bulunmaması halinde, çocuğun elini terk eden topa etki eden tek kuvvet, topun mg ağırlığıdır. Bu özel halde toplam mekanik enerji sabit kalır.

$\dot{I}_F = F(y_2 - y_1) = 0$ yazılarak (1) denkleminden,

$$\left(\frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 \right) + (mgy_2 - mgy_1) = 0$$

$$\frac{1}{2} mv_2^2 + mgy_2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + mgy_1 \qquad (3) \text{ bağıntısı}$$

elde edilir. Bu eşitliği, topun yörüngesindeki öteki noktalara teşmil ederek,

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} = E_{k_3} + E_{p_3} = \ldots\ldots\ldots = \text{sabit}$$

şeklinde yazabiliriz.

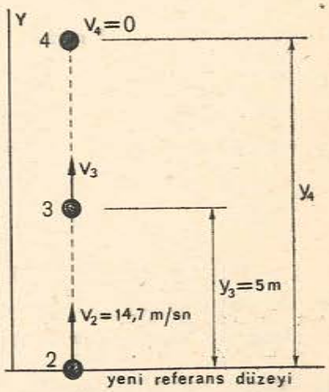
Topun, çocuğun elini terkettiği nokta yeni referans düzeyi olarak alınacak olursa, hesap işlerimiz basitleşir. Bu noktaya 2 dersek (Şek. 56).

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} mv_2^2 \quad , \quad E_{p_2} = mgy_2 = 0 \text{ olur.}$$

2 ve 3 noktalarındaki, toplam mekanik enerjiler eşit yazılarak v_3 hızı;

$$E_{k_2} + E_{p_2} = E_{k_3} + E_{p_3}$$

$$\frac{1}{2} mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2} mv_3^2 + mgy_3$$



Şek. 56

$mv_2^2 = mv_3^2 + 2mgy_3$

$v_2^2 = v_3^2 + 2gy_3$

$v_3^2 = v_2^2 - 2gy_3$ (Bu bağıntıyı hatırladınız mı?)

$v_3^2 = (14{,}7\ m/sn)^2 - 2 \times 9{,}8\ m/sn^2 \times 5\ m$

$v_3 = 10{,}86\ m/sn$ olarak bulunur.

c) 2 ve 4 noktalarındaki toplam mekanik enerjiler eşit yazılarak y_4 yüksekliği hesaplanır.

$$E_{k_2} + E_{p_2} = E_{k_4} + E_{p_4}$$

$$\frac{1}{2} mv_2^2 + 0 = 0 + mgy_4$$

$$y_4 = \frac{v_2^2}{2g}$$ (Bu bağıntıyı hatırladınız mı?)

$$y_4 = \frac{216{,}09\ m^2/sn^2}{2 \times 9{,}8\ m/sn^2} = 11{,}025\ m.$$

4 — 14. Ağırlığı 1470 kgf olan bir otomobilin hızını düzgün bir artışla 18 km/saat'tan, 54 km/saat'a çıkaran bileşke kuvvetin yaptığı iş ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ: İş-enerji denklemine göre,
Bileşke kuvvetin yaptığı iş = Kinetik enerjideki değişme miktarı

$\dot{I} = \frac{W}{2g}(v_2^2 - v_1^2)$ eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten bileşke kuvvetin yaptığı iş;

$v_1 = 18\ km/saat = 5\ m/sn$
$v_2 = 54\ km/saat = 15\ m/sn$
$W = 1470\ kgf$
$g = 9{,}8\ m/sn^2$
$\dot{I} = ?$

$$\dot{I} = \frac{1470\ kgf}{2 \times 9{,}8\ m/sn^2}(225\ m^2/sn^2 - 25\ m^2/sn^2)$$

$$\dot{I} = \frac{1470\ kgf}{19{,}6\ m/sn^2} \times 200\ m^2/sn^2$$

$\dot{I} = 15000\ kgf.m$ olarak bulunur.

4 — 15. Ağırlığı 9,8 kgf olan bir cisim yatay bir düzlem üzerinde durmaktadır. Bu cisme, yatay olarak sabit bir F kuvveti etki ettiriliyor. Cisim 30,25 metre yol aldığında bileşke kuvvet tarafından yapılan iş 60,5 kgf.m oluyor.

a) Bileşke kuvvetin şiddetini,
b) 30,25 metre yol aldığında cismin hızını bulunuz.

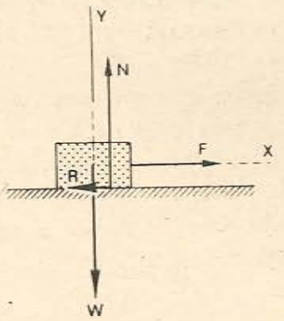
c) Cisim 30,25 metre yol aldığında, F kuvvetinin etkisi kaldırılıyor. Bundan sonra cisim, 60,5 metre daha yol alarak duruyor. Buna göre, yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme kuvvetini, sürtünme katsayısını ve F kuvvetini hesaplayınız. ($g = 9{,}8\ m/sn^2$ alınız.)

ÇÖZÜMÜ: a) Cisim üzerine etki eden kuvvetler (Şek. 57) de gösterilmiştir. (F — R) bileşke kuvvettir. Bu kuvvetin yaptığı iş;

$\dot{I} = (F - R)\ s$ dir. $\dot{I} = 60{,}5\ kgf.m$ ve $s = 30{,}25\ m$ olarak bilindiğine göre, bileşke kuvvet;

$60{,}5\ kgf.m = (F - R)\ 30{,}25\ m$

$F - R = 2\ kgf$ olarak bulunur.



Şek. 57

b) 30,25 metre yol aldığında cismin v hızı;
Bileşke kuvvetin yaptığı iş = Kinetik enerjideki değişme

$$(F - R)\ s = \frac{W}{2g}(v^2 - v_0^2)$$

$$2\ kgf \times 30{,}25\ m = \frac{9{,}8\ kgf}{2 \times 9{,}8\ m/sn^2}(v^2 - 0)$$

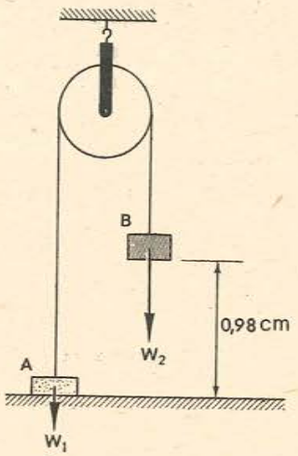
$v = 11\ m/sn$ olur.

c) Cisim hareket başlangıcında sükûnet halinde olduğundan ve tekrar sükûnet haline geldiğinden kinetik enerjideki değişme miktarı sıfırdır. O halde;
Toplam iş = Kinetik enerjideki değişme
$(F - R)\ s - R \times s_1 = 0$ eşitliğini yazabiliriz.
Bu eşitlikten R sürtünme kuvveti;
$2\ kgf \times 30{,}25\ m = 60{,}5\ m \times R$
$R = 1\ kgf$ olarak bulunur.
Kinetik sürtünme katsayısı;

$$R = \mu_k \times N \quad , \quad \mu_k = \frac{R}{N} = \frac{1\ kgf}{9{,}8\ kgf} = \frac{1}{9{,}8} \cong 0{,}1 \text{ dir.}$$

F kuvvetinin şiddeti ise;
$F - R = 2\ kgf$
$F = 2\ kgf + 1\ kgf = 3\ kgf$'tir.

4 — 16. (Şek. 58) de görülen sistemde A ve B cisimlerinin ağırlıkları $W_1 = 1{,}2$ kgf ve $W_2 = 1{,}8$ kgf'tir. İş - enerji denkleminden yararlanarak B cisminin zemine ne kadarlık bir hızla çarpacağını bulunuz. (Makaradaki sürtünmeyi önemsemeyiniz. $g = 9{,}8$ m/sn² alınız.)



Şek. 58

ÇÖZÜMÜ: B cismi belli bir süre içinde 0,98 m aşağıya indiğinde A cismi de bu süre içinde 0,98 m yukarıya çıkacaktır. O halde A ve B cisimlerinin bu hareket sonunda hızları aynı olacaktır. Bu hızı v ile gösterelim. Cisimler, sükûnetten harekete geçtiğine göre, bu cisimlerin ayrı ayrı kazandıkları kinetik enerjiler;

$$E_{K_A} = \frac{W_1}{2g}(v^2 - v_0^2) = \frac{W_1}{2g}(v^2 - 0) = \frac{W_1}{2g} \times v^2$$

$$E_{K_B} = \frac{W_2}{2g}(v^2 - v_0^2) = \frac{W_2}{2g}(v^2 - 0) = \frac{W_2}{2g} \times v^2 \quad \text{dir.}$$

İş - enerji denklemine göre,

Bileşke kuvvetin yaptığı iş = Sistemin kazandığı kinetik enerji

$$(W_2 - W_1)\, s = \frac{W_1}{2g} \times v^2 + \frac{W_2}{2g} \times v^2 \quad \text{eşitliğini yazabiliriz.}$$

Bu eşitlikten v hızı;

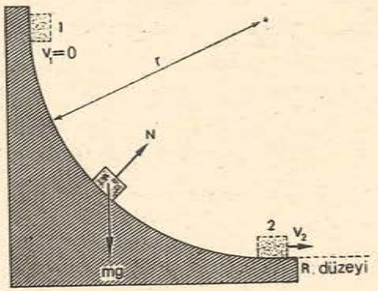
$$(1{,}8 \text{ kgf} - 1{,}2 \text{ kgf})\ 0{,}98 \text{ m} = v^2 \left(\frac{1{,}2 \text{ kgf} + 1{,}8 \text{ kgf}}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}\right)$$

$$v^2 = \frac{0{,}6 \text{ kgf} \times 0{,}98 \text{ m} \times 19{,}6 \text{ m/sn}^2}{3 \text{ kgf}}$$

$v = 1{,}96$ m/sn olarak bulunur.

4 — 17. Yarıçapı 10 metre olan düşey bir daire çemberinin dörtte biri üzerinde kütlesi m olan bir cismin, aşağıya doğru sürtünmesiz olarak kaydığını düşünelim (Şek. 59). 1 noktasından ilk hızsız olarak harekete başlayan cismin, 2 noktasında hızı ne kadar olur?

($g = 9{,}8$ m/sn² dir.)



Şek. 59

ÇÖZÜMÜ: Hareket esnasında ivme azaldığı için sabit ivmeli hareket denklemleri kullanılamaz. (Cisim aşağıya doğru indikçe yörüngenin eğim açısı gittikçe azalır.) Bununla beraber sürtünme olmadığına göre cisim üzerine, ağırlığından başka etkiyen yegane kuvvet, yörüngenin etki ettirdiği N normal kuvvetidir. Normal kuvvetin yaptığı iş sıfır olduğundan, mekanik enerji korunmuş olur.

O halde yörünge üzerinde 1 ve 2 noktalarını alarak,

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + F_{p_2}$$

$$0 + mgr = \frac{1}{2} mv_2^2 + 0 \quad \text{eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten } v_2 \text{ hızı;}$$

$$v_2^2 = 2gr \quad , \quad v_2 = \sqrt{2gr} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 \times 10 \text{ m}} = 14 \text{ m/sn olarak bulunur.}$$

4 — 18. Kütlesi 3 kg olan bir cisim, yatay bir doğru boyunca sola doğru 5 m/sn'lik bir hızla hareket etmektedir. Bu cisme sağa yönlü sabit bir kuvvet etki ettiriliyor. 30 saniye içinde cismin hızı, önce sıfır sonra da sağa yönlü 55 m/sn oluyor.

a) Kuvvetin şiddetini,

b) Kuvvet tarafından yapılan işi hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: a) t_1 saniye sonra cismin hızı sıfır olsun. Düzgün yavaşlayan bu hareketin süresi;

$v = v_0 - at_1$, $0 = 5 - at_1$, $t_1 = 5/a$ (1) dır.

Cismin hızı sıfır olduktan sonra, cisim kuvvet yönünde (sağa doğru) hareket geçer. t_2 saniye sonra cismin hızı $v_1 = 55$ m/sn olduğuna göre, düzgün hızlanan bu hareketin süresi ise;

$v_1 = 0 + at_2$

$t_2 = 55/a$ (2) dır.

t_1 ve t_2 hareket sürelerinin toplamı,

$t_1 + t_2 = 30$ (3) yazılarak a ivmesi;

$$\frac{5}{a} + \frac{55}{a} = 30 \quad , \quad a = \frac{60}{30} = 2 \text{ m/sn}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

$m = 3$ kg , $a = 2$ m/sn² olarak bilindiğine göre kuvvetin şiddeti, Newton'un ikinci hareket kanunundan hesaplanır.

$F = ma$

$F = 3 \text{ kg} \times 2 \text{ m/sn}^2 = 6 \text{ nt} = 0{,}612 \text{ kgf.}$

b) Yavaşlarken, cismin aldığı s_1 yolu;

$v^2 = v_0^2 - 2a\,s_1$

$0 = 25 \text{ m}^2/\text{sn}^2 - 2 \times 2 \text{ m/sn}^2 \times s_1$

$s_1 = 25/4$ m dir.

Hızlanırken, cismin aldığı s_2 yolu;

$(55 \text{ m/sn})^2 = 0 + 2 \times 2 \text{ m/sn}^2 \times s_2$

$s_2 = 3025/4$ m dir.

Cismin yer değiştirme miktarı;

$$s = s_2 - s_1 = \frac{3025}{4} - \frac{25}{4} = \frac{3000}{4} = 750 \text{ m} \quad \text{dir.}$$

O halde kuvvet tarafından yapılan iş;

$İ = 0{,}612 \text{ kgf} \times 750 \text{ m} = 459 \text{ kgf.m}$ olur.

4 — 19. Eğimi 0,008 radian olan iniş bir yolda 36 km/saat hızla gitmekte olan bir trenin makinisti, gördüğü bir tehlike işareti üzerine treni frenleyerek durduruyor. Yavaşlama hareketinde, sürtünme kuvveti trenin ağırlığının onda biri kadar olduğuna göre, tren ne kadar yol aldıktan sonra durur?
($\sin\alpha = 0{,}008$ olarak alınız. $g = 9{,}8$ m/sn² dir.)

ÇÖZÜMÜ: Yolun eğimi dolayısiyle trene hareket yönünde etki eden kuvvet $W \sin\alpha$ dır. Hareketin zıt yönünde etki eden sürtünme kuvveti ise, $R = 0{,}1W$ dir. Trenin duruncaya kadar aldığı yolu s ile gösterirsek bu kuvvetlerin toplam işi;
$(W \sin\alpha - 0{,}1W)s$ olur.
Toplam iş = Kinetik enerjideki değişme

$$(W \sin\alpha - 0{,}1W)\,s = \frac{W}{2g}(v^2 - v_0^2)$$

Bu eşitlikten s yolu;

$$(0{,}008W - 0{,}1W)\,s = \frac{W}{2g}(0 - v_0^2)$$

$$-0{,}092\,s = -\frac{v_0^2}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}$$

$v_0 = 36$ km/saat $= 10$ m/sn

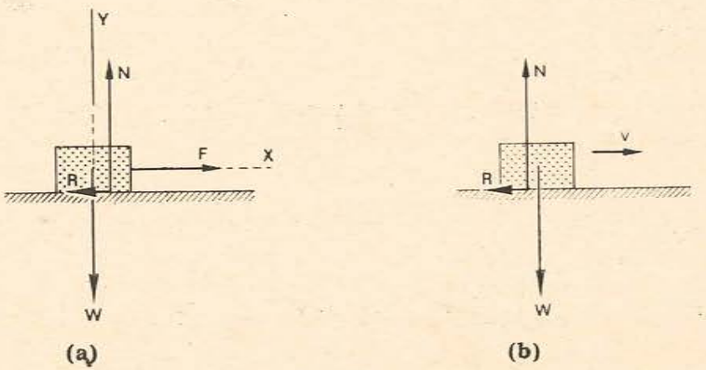
$$0{,}092\,s = \frac{100 \text{ m}^2/\text{sn}^2}{19{,}6 \text{ m/sn}^2}$$

$s = 55{,}4$ m olarak bulunur.

Not: Toplam işin (—) negatif olması halinde kinetik enerji azalır. — işareti bunu ifade eder.

4 — 20. Ağırlığı W = 250 kgf olan bir cisim yatay bir düzlem üzerinde durmaktadır. Bu cisme, yatay olarak F = 75 kgf'lik bir kuvvet etki ettiriliyor.
a) Cisim, 8 metre yol aldığında hızı ne kadar olur?
b) Cisim 8 metre yol aldığında, F kuvvetinin etkisi kaldırılıyor. Cisim bundan sonra ne kadar yol aldıktan sonra durur?
(Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}1$ dir.)

ÇÖZÜMÜ: a) Cisim üzerine etki eden kuvvetler (Şek. 60 a) da gösterilmiştir.



Şek. 60

İş - enerji denklemini uygulayarak,
Bileşke kuvvetin yaptığı iş (Toplam iş) = Kinetik enerjideki değişme

$$(F - R)\, s_1 = \frac{W}{2g}(v^2 - v_0^2)$$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikte sayısal değerler yerlerine konularak v hızı;

$W = 250$ kgf
$F = 75$ kgf
$s_1 = 8$ m
$R = \mu_k \times N = 0{,}1 \times 250 = 25$ kgf
$v_0 = 0$
$v = ?$

$$(75 \text{ kgf} - 25 \text{ kgf})\ 8 \text{ m} = \frac{250 \text{ kgf}}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}(v^2 - 0)$$

$$\frac{8 \times 19{,}6 \text{ m}^2/\text{sn}^2}{5} = v^2$$

$v = 5{,}6$ m/sn olur.

b) Cisim hareket başlangıcında sükûnet halinde olduğundan ve tekrar sükûnet haline geleceğinden kinetik enerjideki değişme miktarı sıfırdır. Buna göre; Toplam iş = Kinetik enerjideki değişme

$(F - R)\, s_1 - R \times s_2 = 0$ (2) eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten s_2 yolu;

$$s_2 = \frac{(F-R)\, s_1}{R} = \frac{50 \text{ kgf} \times 8 \text{ m}}{25 \text{ kgf}} = 16 \text{ m}$$ olarak bulunur.

Bu sonucu şöyle de bulabiliriz: Cisim üzerine etki eden kuvvetler (Şek. 60 b) de gösterilmiştir. R sürtünme kuvvetine karşı cisim tarafından yapılan iş (frenleyici iş) F kuvvetinin kaldırıldığı andan sonraki kinetik enerjideki değişmeye eşit olacağından,

$$-R \times s_2 = \frac{W}{2g}(v_1^2 - v^2)$$ eşitliğini yazabiliriz.

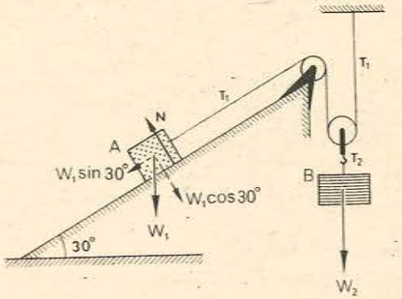
$R = 25$ kgf , $W = 250$ kgf , $v = 5{,}6$ m/sn ve $v_1 = 0$ (Son hız) olarak bilindiğine göre s_2 yolu;

$$-25 \text{ kgf} \times s_2 = \frac{250 \text{ kgf}}{2 \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}(0 - 31{,}36 \text{ m}^2/\text{sn}^2)$$

$s_2 = 16$ m olarak bulunur.

4 — 21. Eğik düzlem üzerinde bulunan A cisminin ağırlığı $W_1 = 190$ kgf'tir (Şek. 61). Sistem serbest bırakıldığında A cismi eğik düzlem üzerinde yukarıya doğru hareket ederek ilk 4 saniye içinde 7,84 metre yol alıyor. Makaranın ağırlığı ve sürtünmeler ihmal edildiğine göre;

a) B cisminin W_2 ağırlığını,
b) Hareket süresince iplerdeki T_1 ve T_2 gerilimlerini bulunuz.



Şek. 61

ÇÖZÜMÜ : a) A cismi eğik düzlem üzerinde 7,84 m yol aldığında v_1 hızı;

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad 7{,}84 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 16 \text{ sn}^2$$

$$a = \frac{7{,}84 \text{ m}}{8 \text{ sn}^2} = 0{,}98 \text{ m/sn}^2$$

$v_1 = v_0 + at$, $v_1 = 0 + 0{,}98 \text{ m/sn}^2 \times 4 \text{ sn} = 3{,}92$ m/sn olur.

A cismi eğik düzlem üzerinde saniyede s_1 kadar yol aldığında, B cismi de bu süre içinde aşağıya doğru $s_1/2$ kadar yol alır. O halde, A ve B cisimlerinin hızları için,

$v_1 = 2v_2$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

İş - enerji denklemini sisteme uygulayarak B cisminin W_2 ağırlığı;

Toplam iş = Sistemin kazandığı kinetik enerji

$$W_2 \times \frac{s}{2} + (-W_1 \sin 30^0 \times s) = \frac{W_1}{2g}v_1^2 + \frac{W_2}{2g}v_2^2$$

$$W_2 \times \frac{7{,}84}{2} - 190 \times 0{,}5 \times 7{,}84 = \frac{190}{2 \times 9{,}8} \times 3{,}92^2 + \frac{W_2}{2 \times 9{,}8} \times 1{,}96^2$$

$$3{,}92\, W_2 - \frac{W_2}{19{,}6} \times 1{,}96^2 = \frac{190}{19{,}6} \times 3{,}92^2 + 95 \times 7{,}84$$

$3{,}724\, W_2 = 893{,}76$

$W_2 = 240$ kgf olarak bulunur.

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilimleri,

$$(T_1 - W_1 \sin 30^0)\, s = \frac{W_1}{2g} v_1^2$$

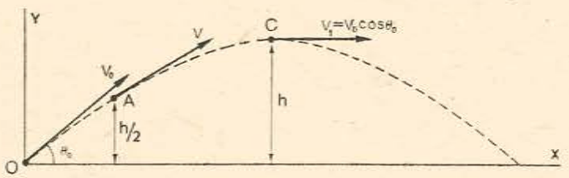
$$(T_1 - 190 \cdot 0{,}5)\, 7{,}84 = \frac{190}{2 \times 9{,}8} \times 3{,}92^2$$

$T_1 = 114$ kgf

$T_2 = 2T_1 = 228$ kgf'tir.

Not : Bu problem, II. Bölümde (sayfa : 52) aynen sorulmuştu. O bölümdeki bilgilerinizle yaptığınız çözümü, bu çözümle karşılaştırınız.

4 — 22. Sayfa 64 de, problem 3 — 6 yı enerjinin sakımı prensibinden yararlanarak çözünüz.



Şek. 62

ÇÖZÜMÜ : Merminin kütlesi m olsun. x ekseninin düzeyini, referans düzeyi olarak alalım. Hareketin başlangıcında (Şek. 62), merminin, kinetik enerjisi 1/2 m v_0^2, potansiyel enerjisi ise sıfırdır.

C noktasında merminin, kinetik enerjisi 1/2 m $(v_0 \cos\theta_0)^2$, potansiyel enerjisi mgh tır.

Enerjinin sakımı prensibine göre,

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2\theta_0 + mgh$$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten h yüksekliği,

$$h = \frac{v_0^2 (1 - \cos^2\theta_0)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$$ (1) olarak bulunur.

A noktasında merminin, kinetik enerjisi 1/2 mv^2, potansiyel enerjisi $mg \frac{h}{2}$ dir.

Bu noktadaki toplam mekanik enerji de yörünge üzerindeki öteki noktalardaki toplam mekanik enerjiye eşit olacağından,

$$\frac{1}{2} mv^2 + mg \frac{h}{2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$$ (2) eşitliğini yazabiliriz.

(1) denklemindeki h yüksekliğinin değeri (2) eşitliğinde yerine konularak,

$$\frac{1}{2} mv^2 + mg \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{4g} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{4} = \frac{1}{2} v_0^2$$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{1}{2} v_0^2 \sin^2\theta_0$$ (3) eşitliği bulunur.

$$\frac{v_0 \cos\theta_0}{v} = \sqrt{\frac{6}{7}}, \quad \frac{v_0^2 \cos^2\theta_0}{v^2} = \frac{6}{7}$$ (4) olduğuna göre,

(3) denkleminde bulunan v^2 nin değeri (4) eşitliğinde yerine konularak θ_0 açısı;

$$\frac{v_0^2 \cos^2\theta_0}{v_0^2 - 1/2\, v_0^2 \sin^2\theta_0} = \frac{6}{7}$$

$7 v_0^2 \cos^2\theta_0 = 6 v_0^2 - 3 v_0^2 \sin^2\theta_0$

$7 \cos^2\theta_0 = 6 - 3 \sin^2\theta_0$

$7 (1 - \sin^2\theta_0) = 6 - 3 \sin^2\theta_0$

$7 - 7 \sin^2\theta_0 = 6 - 3 \sin^2\theta_0$

$$1 = 4 \sin^2\theta_0, \quad \sin^2\theta_0 = \frac{1}{4}, \quad \sin\theta_0 = \frac{1}{2}$$

$\theta_0 = 30^0$ olarak bulunur.

4 — 23. 280 tonluk bir tren eğimi $\alpha = 0{,}01$ radian olan bir yokuşu çıkmaktadır. Tren tekerlekleri ile raylar arasındaki kinetik sürtünme kuvveti ton başına 4 kgf'tir. Trenin hızı, düzgün bir artışla 800 metrelik bir yolda 36 km/saat'tan, 64,8 km/saat'lık maksimum hıza yükseliyor. Lokomotifin maksimum gücünü bulunuz. ($\sin\alpha = 0{,}01$ olarak alınız. $g = 9{,}8$ m/sn² dir.)

ÇÖZÜMÜ : Sisteme etki eden kuvvetler (Şek. 63) de gösterilmiştir. Trenin hızı düzgün olarak yükseldiğine göre, lokomotifin F çekme kuvveti sabittir. Bu kuvveti iş-enerji denkleminden bulabiliriz.

$R = 280 \times 4 = 1120$ kgf

$W \sin\alpha = 2800$ kgf

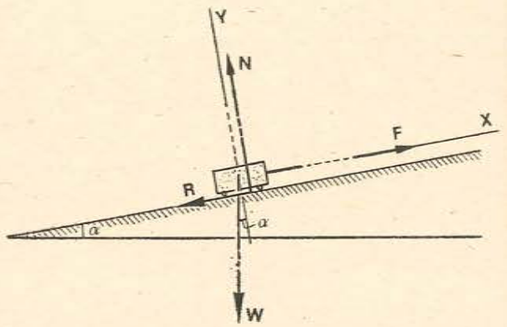
$W = 280000$ kgf

$s = 800$ m

$v = 64{,}8$ km/saat $= 18$ m/sn

$v_0 = 36$ km/saat $= 10$ m/sn

$F = ?$



Şek. 63

Bileşke kuvvetin yaptığı iş = Kinetik enerjideki değişme

$$(F - R - W\sin\alpha)\, s = \frac{W}{2g}(v^2 - v_0^2)$$

Sayısal değerler yukarıdaki denklemde yerlerine konularak F kuvveti;

$$(F - 1120 - 2800)\ 800 = \frac{280000}{2 \times 9{,}8}(324 - 100)$$

$$(F - 3920)\ 800 = \frac{280000}{2 \times 9{,}8} \times 224$$

$$F - 3920 = \frac{280000 \times 224}{2 \times 9{,}8 \times 800} = 4000$$

$F = 4000 + 3920 = 7920$ kgf olarak bulunur.

$$G = \frac{İ}{t} = \frac{F \times s}{t} = F \times v \quad \text{dir.}$$

Yukarıdaki bağıntıda v yerine, trenin maksimum hızının değeri konularak lokomotifin maksimum gücü bulunur.

$$G_{max} = \frac{7920 \times 18}{75} = 1900{,}8$$ Buhar beygiri (P.S veya C.V).

4 — 24. Ağırlığı 200 kgf olan bir çekici 0,75 metre yüksekliğe, dakikada 84 defa kaldıran bir makinanın gücünü P.S. ve kilo-watt olarak bulunuz. (Makinanın verimi 0,7 dir.)

ÇÖZÜMÜ :

$$\text{Mekanik çıkış gücü} = 200 \text{ kgf} \times 0{,}75 \text{ m} \times \frac{84}{60 \text{ sn}} = 210 \text{ kgf.m/sn dir.}$$

$$\text{Verim} = \frac{\text{Mekanik çıkış gücü}}{\text{Giriş gücü}}$$ olduğuna göre,

Makinanın gücü (giriş gücü);

$$\text{Makinanın gücü} = \frac{210 \text{ kgf.m/sn}}{0{,}7} = 300 \text{ kgf.m/sn dir.}$$

1 P.S. = 75 kgf.m/sn = 0,736 k.watt olduğunu hatırlayarak,
Makinanın gücü = 300 kgf.m/sn = 4 P.S. = 2,944 k.watt olarak bulunur.

4 — 25. Kütlesi 500 gram olan bir alüminyum kap içinde termik denge halinde 750 gram su ve 100 gram buz bulunuyor. Bu kap bir uçaktan yere düşürülüyor. Düşme sonunda kap ve içindeki suyun sıcaklığının 25 °C olduğu saptanıyor. Çarpmada hasıl olan ısı enerjisinin sadece kap ve içindekilerin sıcaklığını yükselttiğini kabul ederek, kabın yere çarpması anındaki hızını bulunuz. (Alüminyumun ısınma ısısı 0,217 cal/gr.°C ve buzun ergime ısısı 80 cal/gr dır.)

ÇÖZÜMÜ : Kabın yere çarpacağı andaki hızı v olsun. Düşen cismin kütlesi, $m = 500$ gr + 750 gr + 100 gr = 1350 gramdır. Bu cismin E_k kinetik enerjisi,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}35 \text{ kg } (v \text{ m/sn})^2$$ joule olur.

Bu enerjinin ısıca eşdeğeri,

$$\frac{1{,}35\,v^2}{2 \times 4{,}186}$$ cal dir.

Kabın yere çarpması ve sükûnete geçmesi halinde hasıl olan bu ısı enerjisi; kap, su ve buz tarafından soğurulacaktır. O halde,

$$\frac{1{,}35\,v^2}{2 \times 4{,}186} = \underbrace{500 \times 0{,}217 \times 25}_{\text{Kabın aldığı ısı}} + \underbrace{750 \times 1 \times 25}_{\text{Suyun aldığı ısı}} + \underbrace{100 \times 80}_{\text{Buzun aldığı ısı}} + 100 \times 1 \times 25$$

$$\frac{1{,}35\,v^2}{8{,}372} = 2712{,}5 + 18750 + 8000 + 2500$$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten v hızı,

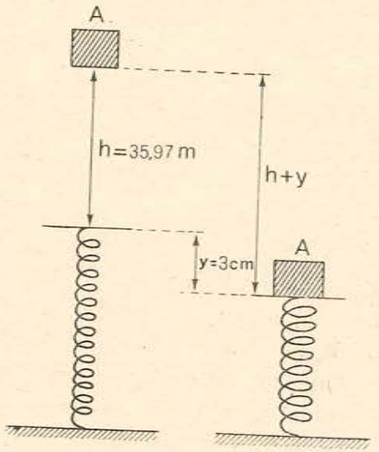
$1{,}35\ v^2 = 31962{,}5 \times 8{,}372$

$$v^2 = \frac{267590{,}05}{1{,}35}$$

$v = 445{,}21$ m/sn olarak bulunur.

4 — 26. Ağırlığı 10 grf olan A cismi kuvvet sabitesi k olan bir yayın üzerine düşecek şekilde 35,97 metre yükseklikten bırakılıyor (Şek. 64).

Cisim yayın üzerine düştüğünde yay 3 cm sıkıştığına göre, yayın kuvvet sabitesini bulunuz.



Şek. 64

ÇÖZÜMÜ: Bu olay, mekanik enerjinin korunumu prensibinin geçerlikte olduğu bir olaydır. Cisim düşmeye bırakıldığı anda kinetik enerjisi sıfırdır. Yayda maksimum sıkışma meydana geldiği anda yine cismin kinetik enerjisi yoktur. Bunun için cismin kaybettiği potansiyel enerji, yayın kazandığı esneklik potansiyel enerjisine eşit olur. O halde,

$$w\,(h + y) = \frac{1}{2}\,ky^2$$

$$0{,}01\ \text{kgf} \times 36\ \text{m} = \frac{1}{2} \times k \times 0{,}0009\ \text{m}^2$$

$$k = \frac{0{,}01\ \text{kgf} \times 36\ \text{m} \times 2}{0{,}0009\ \text{m}^2} = 800\ \text{kgf/m}$$ olarak bulunur.

4 — 27. Kütlesi m = 5 kg olan bir kaya parçası 2 saniye içinde 4 metre yüksekliğe kaldırılmıştır.

a) Yapılan işi joule ve erg olarak,

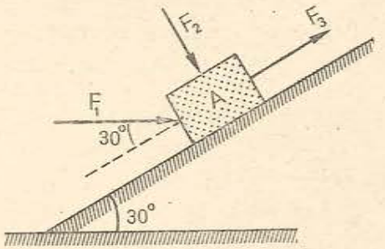
b) Gücü watt olarak bulunuz.

CEVAP: a) 196 joule , 196×10^7 erg

b) 98 watt.

4 — 28. Yatayla 30° lik açı yapan bir eğik düzlem üzerindeki A cismine yatay F_1 = 40 kgf, eğik düzleme normal F_2 = 25 kgf ve eğik düzleme paralel F_3 = 30 kgf'lık üç kuvvet etki ederek cismi hareket ettiriyor (Şek. 65).

Cisim, eğik düzlem üzerinde 5 metre yol aldığında, her bir kuvvet tarafından ne kadarlık iş yapıldığını hesaplayınız.



Şek. 65

CEVAP: F_1 kuvvetinin işi = 173,2 kgf . m

F_2 » » = sıfır

F_3 » » = 150 kgf . m dir.

4 — 29. Bir çocuk, yatayla 37° lik açı yapan 120 newton'luk bir kuvvet tatbik ederek bir çim kırpma makinasını 15 saniye içinde 20 metre itiyor.

a) Yapılan işi,

b) Harcanan ortalama gücü bulunuz.

(cos 37° = 0,8 alınız.)

CEVAP: a) 1920 joule , b) 128 watt.

4 - 30. 1751 yılında ağırlığı 39,2 kgf olan bir gök taşı Dünya'ya düştüğünde, 1,875 metre derinlikte toprağa gömülüyor. Gök taşının düştüğü civarda yapılan araştırma sonuçlarına göre, toprağın direnç kuvvetinin 50000 kgf olduğu saptanıyor.

a) Bu gök taşının Dünya yüzeyine eriştiği andaki hızını,

b) Gök taşının Dünya'ya doğru hareketine ne kadar yükseklikten başladığını bulunuz.

(Hava direncini önemsemeyiniz. Yer çekimi kuvvetini sabit kabul ediniz.)

CEVAP: a) 216,5 m/sn , b) 2391 m.

4 — 31. Gücü 2 P.S. olan bir motorla çalıştırılan bir tulumba 50 m^3 suyu 3 metrelik bir yüksekliğe ne kadar zamanda çıkarabilir?

(Tulumbanın verimi 0,8 dir.)

CEVAP: 20 dakika 50 saniye.

4 — 32. Ağırlığı 200 kgf olan bir cisim, yatayla 30° lik açı yapan bir eğik düzlem üzerinde itilerek 5 metre yükseklikteki bir yere çıkarılıyor. Kinetik sürtünme katsayısı 0,5 olduğuna göre, yapılan minimum iş ne kadardır?

CEVAP: 1866 kgf . m

4 — 33. Bir salıncaktaki 25 kilogram ağırlığındaki bir çocuk, ağırlık merkezi 0,9 metre yükselinceye kadar geriye ve yukarıya doğru çekiliyor.

a) Çocuğun potansiyel enerjisi ne kadar artar?

b) Salıncak kendi haline bırakılırsa çocuğun maksimum hızı ne kadar olur?

CEVAP: a) 22,5 kgf.m , b) 4,2 m/sn

4 — 34. Bir gemi 15 deniz mili/saat'lık sabit bir hızla yol alırken makinaları, 5144 P.S. lik bir güç hasıl ediyor. Makinaların verimi 0,4 olduğuna göre, geminin hareketine karşı suyun gösterdiği direnç kuvvetini bulunuz.
(1 deniz mili/saat = 0,5144 m/sn dir.)

CEVAP: 20000 kgf

4 — 35. İçindekilerle birlikte ağırlığı 1200 kgf olan bir otomobil düz bir yolda 88,2 km/saat'lık hızla gitmekte iken vites boşa alınıyor ve otomobilin durıncaya kadar yol almasına müsaade ediliyor. Otomobil 200 metre yol aldıktan sonra durduğuna göre, ortalama yavaşlatıcı kuvveti bulunuz.

CEVAP: 183,75 kgf.

4 — 36. Ağırlığı 1,6 kgf olan bir cisim yatay bir yol üzerinde durmaktadır. Cisme, yol boyunca 2,32 kgf'lik bir kuvvet etki ettirilerek cisim harekete geçiriliyor. Kinetik sürtünme kat sayısı 0,2 olduğuna göre, ne kadar zaman sonra cismin kinetik enerjisi 720 joule olur?

CEVAP: 24 sn.

4 — 37. Yatayla 30° lik açı yapan bir yolda, yokuş aşağı 50,4 km/saat'lık bir hızla ilerlemekte olan bir şoför, gördüğü bir tehlike işareti üzerine otomobilini frenliyor ve 70 metre ileride duruyor.

İçindekilerle birlikte otomobilin ağırlığı 1400 kgf olduğuna göre, ortalama yavaşlatıcı kuvveti bulunuz.

CEVAP: 900 kgf.

4 — 38. Bir elektrik motoru bir kablo üzerine 200 newton'luk bir kuvvet uyguluyor ve 0,5 dakikada kabloyu 15 metre çekiyor. Motor tarafından temin edilen gücü bulunuz.

CEVAP: 100 watt.

4 — 39. 30 mil/saat'lık bir hızla giden 1800 libre ağırlığındaki bir otomobilin kinetik enerjisi ne kadardır? (1 mil = 5280 ft.)

CEVAP: 54450 ft - lb.

4 — 40. Bir yangın söndürme gemisinden yanmakta olan bir yük gemisine su püskürtülüyor. Nehirden çekilen su hortumun ucuna takılan 4 cm çapındaki

borudan 63,7 m/sn'lik hızla çıkıyor. Borunun ucu nehrin su yüzeyinden 3,5 metre yüksekliktedir. Verim 0,65 olduğuna göre, gemideki yangın söndürme sisteminin gücünü bulunuz. (π = 22/7 olarak alınacak.)

CEVAP: 345,8224 P.S.

4 — 41. Ağırlığı 2450 kgf olan bir asansör zemin kattan yukarıya doğru hareket ediyor. 7,5 metre yol aldığında hızı 6 m/sn olduğuna göre,

a) Hareket süresince asansör kablosundaki gerilimi,

b) Kinetik ve potansiyel enerji artışını hesaplayınız.

CEVAP: a) 3050 kgf. b) 4500 kgf.m , 18375 kgf.m

4 — 42. Düz bir yolda 72 km/saat'lık bir hızla gitmekte olan bir kamyona arkadan hızla gelen bir taksi yetişiyor. Kamyonun ağırlığı, taksinin ağırlığının dört katıdır. Taksinin kamyonu geçtiği andaki kinetik enerjisi, kamyonun kinetik enerjisine eşit olduğuna göre, 1 dakika sonra aralarındaki uzaklık kaç metre olur? (Taksinin de sabit bir hızla yol aldığını kabul ediniz.)

CEVAP: 1200 m.

4 — 43. Ağırlığı 0,1 kgf olan bir taş, düşey olarak yukarıya doğru 14 m/sn lik bir hızla atılıyor.

a) Taşın toplam enerjisini,

b) Taşın çıkabileceği maksimum yüksekliği bulunuz.
(Havanın direncini önemsemeyiniz. g = 9,8 m/sn² alınız.)

CEVAP: a) 1 kgf.m , b) 10 m.

4 — 44. 800 tonluk bir tren eğimi α = 0,0175 radian olan bir rampayı çıkmaktadır. Kinetik sürtünme kuvveti ton başına 5 kgf'tir.

a) Trenin rampayı 18 km/saat'lık sabit bir hızla çıkabilmesi için lokomotifin gücü ne olmalıdır?

b) Lokomotifin gücü sabit kalacak olursa yatay yolda trenin hızı ne kadar olur?

CEVAP: a) 1200 P.S. , b) 81 km/saat.

4 — 45. Bir polis düz bir yolda olan bir araba kazasında fren izinden arabanın hızını hangi bağıntıdan yararlanarak tesbit eder? Arabanın başlangıç hızı, ($2v_0$) iki kat olursa fren yolu ne kadar artar?

CEVAP: Kinetik enerjideki değişme = Direnç kuvvetine karşı yapılan iş

$$\frac{1}{2} m (0 - v_0)^2 = -R \times s_1 = -\mu_k mg s_1$$

Hız iki kat olursa fren yolu, önceki yolun dört katı olur. $s_2 = 4 s_1$

4 — 46. Kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0,25 olduğuna göre, 72 km/saat hızla giden bir arabanın fren yolu ne kadar olur? Yavaşlama düzgün olduğuna göre ivme ne kadardır? (g = 10 m/sn² alınacak.)

CEVAP: s_1 = 80 m , a = —2,5 m/sn²

BÖLÜM

V

İMPÜLS ve MOMENTUM

(İtme ve Hareket miktarı)

Newton'un ikinci hareket kanununu daha önceki konularımızda,

$F = m \frac{\delta v}{\delta t} = ma$ denklemi ile ifade ettik. Bu eşitliği bir doğru boyunca küçük bir hızla hareket eden cisimlere uygularken, dengelenmemiş F kuvvetinin sabit olduğunu ve cismin m kütlesinin değişmediğini kabul ettik. Halbuki, relativite teorisine göre, bir cismin kütlesi, cismin hızının artması ile artar. İvmelenen bir cismin kütlesinin değişmesine, roketleri de örnek verebiliriz. Roket, yakıtını kendi taşır ve onu hızla yakar. Sıcak gazlar dışarıya atıldıkça roketin kütlesi azalır. Bu durumda Newton'un ikinci hareket kanunu,

$F = \frac{\delta (mv)}{\delta t}$ veya $F\delta t = \delta (mv)$ (5-1) şeklinde kullanılmalıdır.

F kuvveti ile δt infinitezimal zamanının **F** δt çarpımına kuvvetin bu zaman aralığındaki **impüls'ü** (veya itmesi) denir. Bu ifade F nin sabit veya $F = f(t)$ olması halinde işlem görebilir.

Cismin hızı ile kütlesinin **mv** çarpımına da bu cismin **lineer** (çizgisel) **momentumu** adı verilir. (5-1) denklemi impüls ve momentum terimleri cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir.

Her hangi bir cisim üzerine etkiyen bileşke kuvvetin impüls'ü değer ve yön bakımından bu cismin momentum değişikliğine eşittir.

İş ve enerjinin skaler büyüklük olmalarına karşılık impüls ve momentum vektörel büyüklüklerdir.

Kütlesi m olan bir otomobilin hızının v_1 den v_2 ye kadar değiştiği t_1 ve t_2 zaman aralığını göz önüne alarak (5-1) denkleminin integralin, den,

$$\int_{t_1}^{t_2} F\delta t = mv_2 - mv_1 \qquad (5 - 2)$$

Kuvvetin değer ve yön bakımından sabit olduğu özel halde F kuvveti integralin dışına alınarak $t_1 = 0$ ve $t_2 = t$ için,

$\boxed{Ft = mv_2 - mv_1}$ (5 — 3) denklemi bulunur. Bu denklemde v_2 ve v_1 hızlarının doğru işaretlerine dikkat etmek gerekir. Hareketteki ilk yön pozitif kabul edilir.

Çarpışmaların birçok tipinde bir cisim üzerine etki eden kuvvet sabit olmayıp reaksiyon esnasında zamanın fonksiyonu olarak değişir. Bu değişme okadar hızla olur ki, herhangi bir andaki kuvvetin ne kadar olduğunu bilmek pratik olmaz. Fakat cismin momentumundaki değişme impüls'e eşittir. İmpülsif kuvvetin $t = (t_2 - t_1)$ etki süresini bilirsek, ortalama değerini hesap edebiliriz. Atılmış bir topa bir çomakla vurulduğu vakit, bir tüfekten bir mermi atıldığı vakit ve iki bilârdo bilyası çarpıştığı vakit impülsif kuvvetlerin rollerine şahit oluruz.

Lineer (çizgisel) momentumun korunumu: İki cisim arasında bir etkileşme kuvveti bulunduğu hallerde, bu cisimlerin momentumunda bir değişiklik olur. Newton'un üçüncü kanununa göre, cisimlerden birine etkiyen kuvvet, diğerine etkiyen kuvvetle aynı değerde ve zıt yönde olacağı için bu kuvvetlerin impülsleri de zıt yönde ve değerce biribirlerine eşit olur. O halde cisimlerden birindeki momentum değişmesi, ötekinin momentumundaki değişmeye eşit ve zıt yöndedir. Durmakta olan bir harb gemisi bir borda topunu ateşlediğinde mermilere bir doğrultuda bir momentum verilir. Harb gemisi de buna eşit bir momentumla geri teper.

Borda topundan atılan merminin kütlesi m_1, hızı v_1 olsun. Geminin kütlesi m_2 ve geri tepme hızı v_2 ise,

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_0 + m_2v_0$ eşitliğini yazabiliriz.

Sistemin atıştan sonraki toplam momentumu, sistemin atıştan önceki toplam momentumuna eşittir.

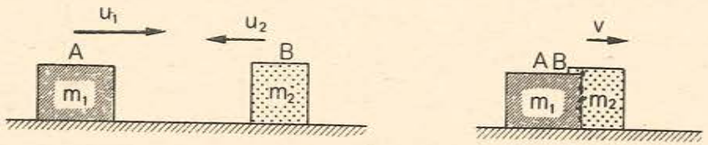
Her hangi bir sistemin toplam momentumu, bu sistemin farklı üyeleri arasında meydana gelen etkileşme kuvvetleri ile değiştirilemez. **Dışarıdan bir kuvvetin etkisi altında olmayan bir sistemin momentumu sabittir.** Bu önemli prensip, momentumun, korunumu olarak bilinir. Momentumun korunumu prensibi mekaniğin en önemli temel prensiplerinden birisidir. Bu prensip, mekanik enerjinin korunumu prensibinden daha geneldir. Mekanik enerjinin korunumu prensibi, iç kuvvetlerin konservatif olmaları halinde geçerlikli olmasına karşılık, momentumun korunumu prensibi iç kuvvetlerin cinsine tabi olmaksızın geçerliktedir.

ÇARPIŞMALAR

Cisimler arasındaki çarpışmaları üç sınıfa ayırabiliriz.

1 — Esnek olmayan çarpışmalar: Esnek olmayan bir çarpışmada iki cisim temasa geldikten sonra biribirlerine yapışır ve bir bütün halinde hareket ederler. Bunun neticesi bu iki cismin çarpışmadan sonraki hızları aynı olur. Böyle bir çarpışmada kinetik enerjinin önemli bir kısmı ısı veya başka bir enerji çeşidine dönüşebilir.

Kütleleri m_1 ve m_2 olan A ve B cisimlerinin sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde aynı bir doğru boyunca u_1 ve u_2 hızları ile biribirlerine yaklaştığını düşünelim (Şek. 66). Bu cisimler bir süre sonra çar-



Şek. 66

pışacaklardır. A ve B cisimleri arasındaki çarpışmanın tamamen esnek olmayan özel hali için, cisimlerin çarpışmadan sonraki hızları aynı olacaktır. Bu hızı v ile gösterelim. Momentumun korunumu prensibine göre,

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)\,v$ (5 — 4) eşitiğini yazabiliriz.

Çarpışan cisimlerin kütleleri ve ilk u_1, u_2 hızları bilinirse v hızını bu denklemden hesaplayabiliriz.

Sistemin, çarpışmadan önceki kinetik enerjisi,

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_1u_1^2 + \frac{1}{2} m_2u_2^2$$ denklemi ile,

Sistemin çarpışmadan sonraki kinetik enerjisi ise,

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2)\,v^2$$ denklemi ile belli olur.

B cisminin durmakta olduğu özel hali için $u_2 = 0$ dır. Bu durumda çarpışmadan sonraki kinetik enerjinin, çarpışmadan önceki kinetik enerjiye oranı,

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{1/2\,(m_1 + m_2)\,v^2}{1/2\,(m_1u_1^2 + 0)} = \frac{(m_1 + m_2)\,v^2}{m_1u_1^2}$$

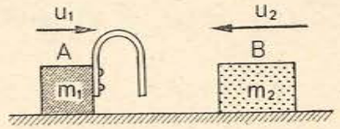
(5 — 4) denkleminden v nin değeri,

$v = \dfrac{m_1u_1 + 0}{m_1 + m_2} = \dfrac{m_1u_1}{m_1 + m_2}$ dir. Bu değer yukarıdaki eşitlikte yerine konulursa,

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$ (5 — 5) denklemi elde edilir.

Bu denklemin, sağ tarafı birden küçük olmak zaruriyetindedir. O halde bu tip çarpışmada toplam kinetik enerji azalır.

Tam esnek çarpışmalar: Tam esnek bir çarpışmada hem kinetik enerji ve hem de momentum korunur. Böyle bir çarpışmaya çok yaklaşık olan bir çarpışma, ters çevrilmiş U şeklinde çelik bir yayın bir ucu cisimlerden birine tesbit edilmek suretiyle gerçekleştirilebilir (Şek. 67). Cisimler çarpışınca yay âni olarak sıkışır ve kinetik enerjinin bir kısmı esneklik potansiyel enerjisine dönüşür. Bunu müteakip yay açılır, cisimler de birbirinden ayrılınca bu potansiyel enerji yeniden kinetik enerjiye dönüşür.



Şek. 67

A ve B cisimleri arasında tamamen esnek olarak meydana gelen merkezî çarpışmada, cisimlerin çarpışıp ayrıldıktan sonraki hızları v_1 ve v_2 olsun.

Bu çarpışmada, kinetik enerji ve momentum korunacağından kinetik enerjinin korunumu prensibinden,

$$\frac{1}{2} m_1u_1^2 + \frac{1}{2} m_2u_2^2 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_2^2$$ (5 — 6)

ve momentumun korunumu prensibinden de,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (5-7 denklemini yazabiliriz. Çarpışan cisimlerin, kütleleri ve ilk u_1, u_2 hızları bilinirse yukarıdaki denk-

lemlerden, çarpışmadan sonraki v_1 ve v_2 hızları bulunabilir.

(5 — 6) ve (5 — 7) denklemlerini şöyle yazabiliriz :

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - u_2^2)$$

$$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2)$$

Bu denklemler taraf tarafa bölünürse,

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2 \text{ veya } u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2) \quad (5-8)$$

bağıntısı elde edilir.

$(u_1 - u_2)$ **yaklaşma hızı** yahut çarpışmadan önce A cisminin B cismine göre bağıl (relative) hızıdır. $(v_1 - v_2)$ ise, **ayrılma hızı** yahut çarpışmadan sonra A cisminin B cismine göre bağıl hızıdır. Tam esnek merkezî bir çarpışmada yaklaşma hızının, ayrılma hızına değerce eşit, fakat yönce zıt olduğuna dikkat ediniz.

Kısmen esnek çarpışmalar : Tam esnek merkezî bir çarpışmada kinetik enerji korunur ve yaklaşma hızı değerce ayrılma hızına eşit fakat yönce zıtdır. Esnek olmayan bir çarpışmada ise ayrılma hızı sıfırdır; çünkü her iki cisim yapışık olarak birlikte hareket eder. Kısmen esnek çarpışmalar bu iki tip çarpışma arasında olan çarpışmalardır. Bu çarpışmalarda ayrılma hızı, değerce yaklaşma hızına eşit olmamakla beraber sıfır da değildir.

Newton birçok tipten küreler arasındaki çarpışmaları inceledi ve genel olarak, ayrılma hızının, yaklaşma hızının bir sabite ile çarpımına eşit olduğunu gördü.

$$-(v_1 - v_2) = e\,(u_1 - u_2) \quad (5-9)$$

Burada e, verilen bir madde çifti için bir sabite olup sıfırla bir arasında değişir. Bu sabiteye **sıçrama** (restitution) **katsayısı** adı verilir.

Esnek olmayan çarpışmalarda e nin değeri sıfırdır. Tam esnek çarpışmalarda ise birdir.

Sıçrama katsayısı bilinirse, bu tip çarpışmalarda çarpışan cisimlerin çarpışmadan sonraki v_1 ve v_2 hızları (5 — 7) ve (5 — 9) denklemlerinden bulunabilir.

Not : Atom çekirdekleri, atomlar, moleküller ve elektronlar arasındaki çarpışmalar çok zaman tam esnektir. Bilârdo bilyaları arasındaki yahut bir futbol topu ile zemin arasındaki çarpışmalar kısmen esnek çarpışmalardır. Çarpışmaların her tipinde momentum daima korunur.

PROBLEMLER

5 — 1. Kütlesi 1500 kg olan bir arabanın momentumu 24000 kg . m/sn olduğuna göre hızı ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ :

$m = 1500$ kg.

$P = 24000$ kg . m/sn

$v = ?$

Momentum = Kütle × Hız

$P = mv$

$$v = \frac{P}{m} = \frac{24000 \text{ kg . m/sn}}{1500 \text{ kg}}$$

$v = 16$ m/sn.

5 — 2. Ağırlığı 1470 kgf olan bir arabanın hızı 72 km/saat'tır. Momentumunu bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : M . Kgf . S. gravitasyon birim sistemine göre,

$w = 1470$ kgf

$v = 72$ km/saat $= 20$ m/sn

$P = ?$

$$P = \frac{w}{g} \times v$$

$$P = \frac{1470 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} \times 20 \text{ m/sn}$$

$P = 3000$ kgf . sn dir.

MKSA mutlak birim sistemine göre;

m «=» 1470 kg

$v = 20$ m/sn

$P = ?$

$P = mv$

$P = 1470 \text{ kg} \times 20 \text{ m/sn}$

$P = 29400$ kg . m/sn dir.

Not : 1 kgf = 9,8 nt = 9,8 kg . m/sn² olduğunu hatırlayınız.

5 — 3. 6 gramlık bir mermi 300 m/sn'lik bir hızla odun bir bloka giriyor. 0,02 saniye sonra da bloktan 100 m/sn'lik bir hızla çıkıyor. Odun blokun ortalama direnç kuvvetini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ :

İmpüls = Momentumdaki değişme

$Ft = m\,(v - v_0)$

$F \times 0{,}02 \text{ sn} = 0{,}006 \text{ kg } (100 \text{ m/sn} - 300 \text{ m/sn})$

$F \times 0{,}02 \text{ sn} = -1{,}2 \text{ kg . m/sn}$

$F = -60 \text{ kg . m/sn}^2 = -60 \text{ nt.}$

Ortalama direnç kuvveti 60 newtondur ve yönü, merminin hareket yönüne zıtdır.

5 — 4. Bir makineli tüfek saniyede 8 mermi atıyor. Her bir merminin kütlesi 5 gramdır. Mermiler namluyu 800 m/sn'lik bir hızla terkettiklerine göre, makineliyi yerinde tutmak için gerekli ortalama kuvveti hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: Aranılan kuvvet, makinalının ortalama geri tepme kuvvetine değerce eşit ve fakat onunla zıt yönde olan kuvvettir. O halde 1/8 saniyede, m = 5 gramlık mermiye 800 m/sn'lik hız kazandıran kuvvet sorumuzun cevabıdır.

t = 1/8 sn (Bir merminin atılmasında ortalama kuvvetin etki süresi)

m = 5 gr = 0,005 kg

v = 800 m/sn

F = ?

İmpüls (itme) = Momentumdaki değişme miktarı

$Ft = m\,(v - 0)$

$$F = \frac{mv}{t} = \frac{0{,}005\ \text{kg} \times 800\ \text{m/sn}}{1/8\ \text{sn}}$$

$$F = 32\ \text{kg.m/sn}^2 = 32\ \text{nt} = \frac{32}{9{,}8} \cong 3{,}27\ \text{kgf}\ .\ \text{(Merminin hareket yönünde)}$$

5 — 5. Kütlesi 8 kg olan bir cisim yatay ve sürtünmesiz bir zemin üzerinde 10 m/sn'lik sabit bir hızla ilerlemekte iken 2 saniye süre ile sabit bir kuvvetin etkisinde kalıyor. Bunun neticesi cismin hızı zıt yöne doğru 4 m/sn oluyor.

a) Cismin momentumundaki değişme ne kadardır?

b) Kuvvetin şiddeti ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ:

a) v_0 = 10 m/sn lik hızın yönünü pozitif kabul edelim. v = — 4 m/sn ve m = 8 kg olduğuna göre,

Momentumdaki değişme = $m\,(v - v_0)$ = 8 kg (— 4 m/sn — 10 m/sn)

Momentumdaki değişme = — 112 kg.m/sn dir.

b) İmpüls (itme) = Momentumdaki değişme

$Ft = m\,(v - v_0)$

$F \times 2\ \text{sn} = -112\ \text{kg.m/sn}$

$F = -56\ \text{kg.m/sn}^2 = -56\ \text{nt}$ (ilk hızla zıt yönde)

5 — 6. 10 gramlık bir mermi 5 kg'lık bir tüfek tarafından kuzeye doğru 400 m/sn'lik bir ilk hızla atılıyor.

a) Merminin momentumunu,

b) Tüfeğin geri tepme hızını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ:

a) Momentum = Kütle × Hız

Merminin momentumu = m_1v_1 = 0,01 kg × 400 m/sn

P = 4 kg.m/sn.

b) Sistemin, tüfek ve mermiden ibaret olduğunu kabul edelim. Momentumun korunumu prensibine göre, sistemin atıştan sonraki toplam momentumu, sistemin atıştan önceki toplam momentumuna eşittir.

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_0 + m_2v_0$

Sistem, başlangıçta sükûnette olduğundan $v_0 = 0$ dır. O halde,

$m_1v_1 + m_2v_2 = 0$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikte sayısal değerler yerlerine konularak tüfeğin v_2 geri tepme hızı,

0,01 kg × 400 m/sn + 5 kg × v_2 = 0

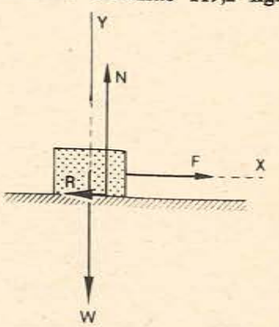
$$v_2 = -\frac{4\ \text{kg.m/sn}}{5\ \text{kg}} = -0{,}8\ \text{m/sn}$$ (Güneye)

(—) negatif işareti v_2 hızının, v_1 hızına göre zıt yönde olduğunu gösterir.

5 — 7. Ağırlığı 196 kgf olan bir cisim yatay bir düzlem üzerinde 119,2 kgf'lik yatay bir kuvvetin etkisi ile hareket etmektedir (Şek. 68).

Cismin hızı, 5 m/sn den 11 m/sn ye ne kadar zaman içinde yükselir?

(Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0,2 dir.)



Şek. 68

ÇÖZÜMÜ:

Bileşke kuvvet = F — R dir.

Bileşke kuvvetin impüls'ü (itmesi) = Momentumdaki değişme

$$(F - R)\ t = \frac{W}{g}\ (v - v_0)$$ Bu eşitlikte sayısal değerler yerlerine konularak

t zamanı,

$$(119{,}2\ \text{kgf} - 0{,}2 \times 196\ \text{kgf})\ t = \frac{196\ \text{kgf}}{9{,}8\ \text{m/sn}^2}\ (11\ \text{m/sn} - 5\ \text{m/sn})$$

$80\ \text{kgf} \times t = 20 \times 6\ \text{kgf.sn}$

$t = 1{,}5\ \text{sn}$ olarak bulunur.

5 — 8. 72 km/saat hızla giden bir araba bir engele çarpıyor ve 0,1 saniye sonra sükûnet haline geliyor.

a) Arabanın kütlesi m = 700 kg olduğuna göne, durdurucu ortalama kuvveti,

b) Arabanın yavaşlaması düzgün olduğuna göre, çarpmadan sonra ne kadar yol alacağını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ :

a) Durdurucu ortalama kuvveti F ile gösterelim.

Durdurucu kuvvetin impüls'ü (itmesi) = Momentumdaki değişme

$Ft = m\ (v - v_0)$

$F \times 0{,}1\ \text{sn} = 700\ \text{kg}\ (0 - 20\ \text{m/sn})$

$$F = -\ \frac{700\ \text{kg} \times 20\ \text{m/sn}}{0{,}1\ \text{sn}} = -1{,}4 \times 10^5\ \text{kg.m/sn}^2 = -1{,}4 \times 10^5\ \text{nt.}$$

b) Araba düzgün olarak yavaşladığına göre, durdurucu kuvvet sabittir. Bu kuvvetin işi, kinetik enerjideki değişmeye eşittir.

$$F \times s = \frac{1}{2}\ m\ (0 - v_0)^2$$ Bu eşitlikten s yolu,

$$-1{,}4 \times 10^5\ \text{kg.m/sn}^2 \times s = -\ \frac{1}{2} \times 700\ \text{kg} \times 400\ \text{m}^2/\text{sn}^2$$

$s = 1\ \text{m}$ olarak bulunur.

5 — 9. Bir protonun kütlesi $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg dır. 1×10^7 m/sn'lik hızla sükûnette bulunan bir helyum atomu çekirdeğine çarpıyor ve 6×10^6 m/sn hızla geri yansıyor. Bu çarpmadan sonra helyum çekirdeği ileriye doğru 4×10^6 m/sn'lik hızla harekete geçtiğine göre, helyum çekirdeğinin kütlesini hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : Protonun kütlesini m_1 ve helyum çekirdeğinin kütlesini m_2 ile gösterelim. Protonun ilk hız yönünü (+) pozitif alalım. Momentumun korunumu prensibine göre,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikte sayısal değerler yerlerine konularak m_2 kütlesi,

$1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}\ (1 \times 10^7\ \text{m/sn}) = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}\ (-6 \times 10^6\ \text{m/sn}) + m_2\ (4 \times 10^6\ \text{m/sn})$

$1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}\ (10^7\ \text{m/sn} + 6 \times 10^6\ \text{m/sn}) = (4 \times 10^6\ \text{m/sn})\ m_2$

$$m_2 = \frac{1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}\ (10 \times 10^6\ \text{m/sn} + 6 \times 10^6\ \text{m/sn})}{4 \times 10^6\ \text{m/sn}}$$

$m_2 = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 4 = 6{,}68 \times 10^{-27}\ \text{kg}$ olarak bulunur.

5 — 10. 25 metre yükseklikteki bir kulenin tepesinden bırakılan bir top, beton zemine çarptıktan sonra sıçrayarak 16 metre yükseliyor (Şek. 69).

Bu madde çifti için sıçrama (restitution) katsayısını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ :

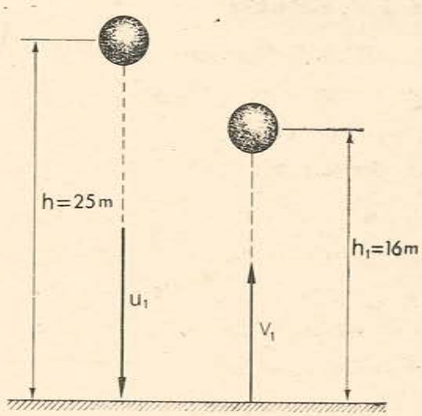
(5 — 9) bağıntımızı hatırlayınız.

$-(v_1 - v_2) = e\ (u_1 - u_2)$ veya

$v_2 - v_1 = e\ (u_1 - u_2)$

Bu eşitlikten e sıçrama katsayısı,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$ (1) dir.



Şek. 69

Bu çarpışmada zeminin hızları, $u_2 = 0$ ve $v_2 = 0$ dır. Enerjinin sakımı prensibinden yararlanarak topun u_1 ve v_1 hızları bulunabilir.

$$\frac{1}{2}\ m_1u_1^2 = m_1gh \quad , \qquad \frac{1}{2}\ m_1v_1^2 = m_1gh_1$$

$$u_1 = \sqrt{2gh} \qquad v_1 = \sqrt{2gh_1}$$

Sayısal değerler (1) denkleminde yerlerine konularak bu madde çifti için sıçrama katsayısı,

$$e = \frac{0 - (-\sqrt{2gh_1})}{\sqrt{2gh} - 0} = \sqrt{\frac{h_1}{h}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = 0{,}8$$ olarak bulunur.

Topun, ilk hareket yönü (+) pozitif kabul edilmiştir. Bunun için v_1 hızı (—) negatif alınmıştır.

5 — 11. Kütlesi m_1 olan bir top yatay bir doğru üzerinde u_1 hızı ile gitmekte iken aynı doğru üzerinde aynı yöne doğru daha küçük u_2 hızı ile giden ve kütlesi m_2 olan bir topla çarpışıyor. Çarpışma merkezi tam esnek olduğuna göre, topların, çarpışmadan hemen sonraki v_1 ve v_2 hızlarının;

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2 \text{ veya } v_1 = 2\left(\frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}\right) - u_1$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2 \text{ veya } v_2 = 2\left(\frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}\right) - u_2$$

olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜMÜ: Çarpışma, merkezi tam esnek olduğuna göre, (s. 105'e bak)

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (1)

$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$ (2) denklemlerini yazabiliriz.

(2) denkleminden v_2,

$v_2 = u_1 - u_2 + v_1$ (3) dir. Bu değer (1) denkleminde yerine konularak,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2\ (u_1 - u_2 + v_1)$

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2u_1 - m_2u_2 + m_2v_1$

$m_1u_1 - m_2u_1 + 2m_2u_2 = v_1\ (m_1 + m_2)$

$(m_1 - m_2)\ u_1 + 2m_2u_2 = v_1\ (m_1 + m_2)$

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2$$ bağıntısı bulunur.

v_1 in bu değeri (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$$v_2 = u_1 - u_2 + v_1 = u_1 - u_2 + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2$$

$$v_2 = \frac{m_1u_1 - m_1u_2 + m_2u_1 - m_2u_2 + m_1u_1 - m_2u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{2m_1u_1 - m_1u_2 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2$$ bağıntısı bulunur.

m_2 kütlesinin sükûnette olması halinde $u_2 = 0$ dır. Bu durumda v_1 ve v_2 hızları,

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 \quad , \quad v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1$$

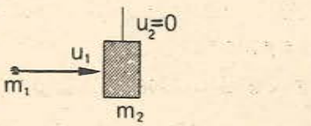
$m_1 = m_2$ ve $u_2 = 0$ olması halinde.

$v_1 = 0$, $v_2 = u_1$

Sükûnette olan m_2 kütlesi, m_1 den çok büyük olacak olursa,

$v_1 \cong -u_1$, $v_2 \cong 0$ olur.

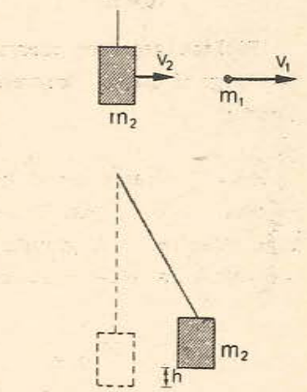
5 — 12. Yatay olarak atılan 8 gramlık bir mermi, balistik bir sarkacın 2 kilogramlık tahta blokuna 600 m/sn'lik bir hızla giriyor. Mermi 40 cm kalınlığındaki bu tahta bloku delip geçiyor. Merminin bloktan çıkış hızı 100 m/sn olduğuna göre, bloktan geçerken mermiye etkiyen ortalama direnç kuvvetini ve sarkacın ne kadar yükseleceğini bulunuz.



ÇÖZÜMÜ: Sistem, mermi ve sarkaçtan ibarettir. Bu sistemin hareketinin üç durumu (Şek. 70) gösterilmiştir. Birinci durumda, kütlesi $m_1 = 8$ gr ve hızı $u_1 = 600$ m/sn olan merminin sükûnette bulunan balistik sarkacın tahta blokuna doğru yaklaştığı görülmektedir.

İkinci durumda, merminin tahta bloku delip $v_1 = 100$ m/sn'lik hızla çıktığı ve balistik sarkacın v_2 hızı ile harekete başladığı görülmektedir.

Momentumun korunumu prensibine göre,
$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten sarkacın v_2 hızı bulunur.



Şek. 70

0,008 kg × 600 m/sn + 0 = 0,008 kg × 100 m/sn + 2 kg × v_2

$v_2 = 2$ m/sn dir.

Üçüncü durumda, $1/2\ m_2v_2^2$ kadar kinetik enerjiye sahip olan sarkaç, bu kinetik enerjisini kaybedinceye kadar sağa doğru hareket edecektir. Fakat sarkaç, h kadar yükselmekle aynı miktarda potansiyel enerji kazanacaktır. Enerjinin sakımı prensibine göre,

$\frac{1}{2}\ m_2v_2^2 = m_2gh$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten h yüksekliği,

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4\ m^2/sn^2}{2 \times 9{,}8\ m/sn^2} = 0{,}204\ m = 20{,}4\ cm$$ olarak bulunur.

Sistemin kinetik enerjisindeki değişme,

$$\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2\right) - \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = 44\ kg.m^2/sn^2 - 1440\ kg.m^2/sn^2$$

kinetik enerjideki değişme = —1396 joule.

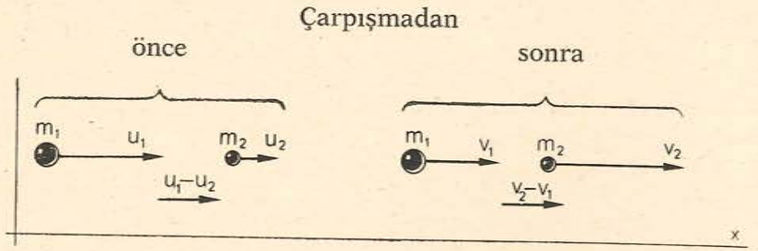
İş-enerji denklemine (prensibine) göre, direnç kuvvetine karşı cisim (mermi) tarafından yapılan iş (frenleyici iş), sistemin kinetik enerjisindeki değişmeye eşittir.

$$R \times s = -1396\ kg.m^2/sn^2$$

$$R = -\frac{1396\ kg.m^2/sn^2}{0{,}4\ m} = -3490\ kg.m/sn^2 = -3490\ nt$$

Bloktan geçerken mermiye etkiyen ortalama direnç kuvveti 3490 newton'dur. (—) negatif işareti, kuvvetin yönünün, merminin hareket yönüne zıt olduğunu gösterir.

5 — 13. Yatay bir doğru boyunca $u_1 = 10$ m/sn'lik hızla giden $m_1 = 90$ gramlık bir top (Şek. 71), aynı doğrultu üzerinde ve aynı yöne $u_2 = 4$ m/sn'lik hızla giden $m_2 = 30$ gramlık diğer bir topla çarpışıyor. Çarpışma, merkezi tam esnek olduğuna göre, topların çarpışmadan hemen sonraki hızlarını bulunuz.



Şek. 71

ÇÖZÜMÜ: Topların çarpışmadan hemen sonraki hızları v_1 ve v_2 olsun. Merkezi tam esnek çarpışmalarda hem momentum ve hem de kinetik enerji korunur **(s. 105'e bak).** (5—7) ve (5—8) denklemleri:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2) \quad \text{veya} \quad u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \quad \text{dir.}$$

Bu denklemlerde sayısal değerler yerlerine konularak v_1 ve v_2 hızları;

$$0{,}09\ kg \times 10\ m/sn + 0{,}03\ kg \times 4\ m/sn = 0{,}09\ kg \times v_1 + 0{,}03\ kg \times v_2$$

$$0{,}9\ m/sn + 0{,}12\ m/sn = 0{,}09v_1 + 0{,}03v_2$$

$$1{,}02\ m/sn = 0{,}09v_1 + 0{,}03v_2 \quad \text{veya} \quad 102\ m/sn = 9v_1 + 3v_2 \qquad (1)$$

$$10\ m/sn - 4\ m/sn = -v_1 + v_2$$

$$6\ m/sn = -v_1 + v_2 \quad \text{veya} \quad 54\ m/sn = -9v_1 + 9v_2 \qquad (2)$$

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$156\ m/sn = 12v_2 \quad , \quad v_2 = 13\ m/sn$$

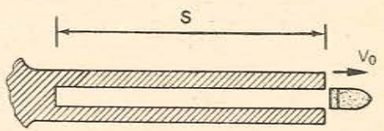
v_2 nin değeri (1) veya (2) denkleminde yerine konulursa,

$v_1 = 7$ m/sn olarak bulunur.

5 — 14. Kütlesi m = 40 gram olan bir mermi, ateşlendikten 0,0056 saniye sonra tüfeğin namlusunu $v_0 = 350$ m/sn'lik bir hızla terkediyor (Şek. 72)

a) Mermiye namlu boyunca etki eden ortalama kuvvet ne kadardır?

b) Tüfeğin namlu uzunluğu kaç metredir?



Şek. 72

ÇÖZÜMÜ: a) Mermi sükûnetten harekete geçtiğine göre, momentumundaki değişme,

$$m(v_0 - 0) = mv_0 \text{ dır.}$$

Mermiye namlu boyunca etki eden ortalama kuvvetin impüls'ü (itmesi), momentumdaki değişmeye eşittir.

$$Ft = mv_0$$

$$F \times 0{,}0056\ sn = 0{,}04\ kg \times 350\ m/sn$$

$$F = 2500\ kg.m/sn^2 = 2500\ nt.$$

b) Bu kuvvetin işi, kinetik enerjideki değişmeye eşittir. O halde,

$$F \times s = \frac{1}{2} mv_0^2$$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten namlunun s boyu,

$$2500\ \text{kg.m/sn}^2 \times s = \frac{1}{2} \times 0{,}04\ \text{kg} \times 122500\ \text{m}^2/\text{sn}^2$$

$s = 0{,}98$ m olarak bulunur.

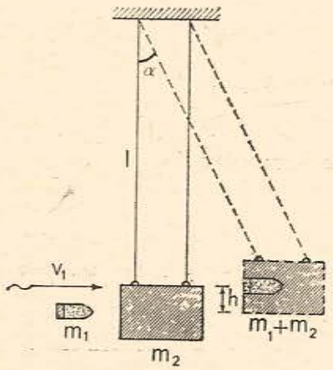
5 — 15. Bir merminin hızı, bir balistik sarkaçla tayin edilebilir. Uzunluğu l olan iplerin uçlarına 29,950 kg'lık bir kum sandığı asılarak hazırlanmış bir balistik sarkaç Şek. 73 de görülmektedir.

Kum sandığına doğru yatay olarak atılan bir mermi bu sandıkta kalıyor ve sarkacın, salınımı sonunda, ağırlık merkezi, h = 10 cm yükseliyor. Merminin kütlesi m_1 = 50 gr olduğuna göre,

a) Mermi ve kum sandığından ibaret olan sistemin, çarpışmadan hemen sonraki kinetik enerjisini,

b) Merminin çarpışmadan önceki v_1 hızını,

c) Kinetik enerjideki kaybı bulunuz.



Şek. 73

ÇÖZÜMÜ: a) Çarpışma esnek olmayan bir çarpışmadır. Çarpışmadan sonra mermi ve kum sandığından ibaret olan sistem, bir bütün olarak aynı hızla hareket eder. Sistemin bu hızını v ile gösterelim. Çarpışmadan sonra sisteme etki eden yegane kuvvet yerçekimi olduğundan mekanik enerji korunur. O halde sistemin çarpışmadan sonraki kinetik enerjisi, sistemin kazanacağı potansiye enerjiye eşittir.

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 = (m_1 + m_2)\, gh$$

Bu eşitlikten sistemin çarpışmadan hemen sonraki v hızı,

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 0{,}1\ \text{m}} = 1{,}4\ \text{m/sn}$$ olur.

Sistemin, çarpışmadan hemen sonraki kinetik enerjisi de,

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 = \frac{1}{2} \times 30\ \text{kg} \times 1{,}96\ \text{m}^2/\text{sn}^2 = 29{,}4\ \text{joule'dur.}$$

b) Çarpışmadan önce, merminin momentumu $= m_1 v_1$,
Kum sandığının momentumu $= 0$ dır.

Çarpışmadan sonra, mermi ve kum sandığından ibaret olan sistemin momentumu ise $(m_1 + m_2)\, v$ dir.

Çarpışmaların her çeşidinde momentum korunacağından sistemin, çarpışmadan önceki momentumu, çarpışmadan sonraki momentumuna eşittir.

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)\, v$$

Bu eşitlikte sayısal değerler yerlerine konularak merminin v_1 hızı;

$$v_1 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh} = \left(\frac{0{,}05\ \text{kg} + 29{,}950\ \text{kg}}{0{,}05\ \text{kg}}\right) 1{,}4\ \text{m/sn}$$

$$v_1 = \frac{30\ \text{kg}}{0{,}05\ \text{kg}} \times 1{,}4\ \text{m/sn} = 840\ \text{m/sn}$$ olarak bulunur.

Not : Problemde ipin l uzunluğu ve α açısının verilmesi halinde h yüksekliği;

$$\cos\alpha = \frac{l - h}{l}\ ,\quad h = l - l\cos\alpha = l\,(1 - \cos\alpha)$$ olur.

Bu durumda yukarıdaki bağıntı,

$$v_1 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gl\,(1 - \cos\alpha)}$$

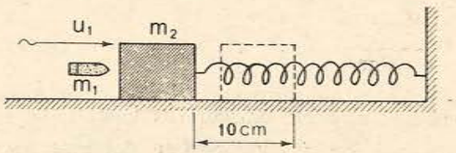
şeklinde yazılır.

c) Kinetik enerjideki kayıp $= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$$\text{Kinetik enerjideki kayıp} = 29{,}4\ \text{joule} - \frac{1}{2} \times 0{,}05\ \text{kg} \times 705600\ \text{m}^2/\text{sn}^2$$

Kinetik enerjideki kayıp $= -\ 17610{,}6$ joule'dur.
Kayıp olarak nitelediğimiz bu enerjinin önemli bir kısmı ısı enerjisine dönüşmüştür.

5 — 16. Arkasında bir yaya bağlı bulunan m_2 = 990 gramlık bir tahta blok



Şek. 74

sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde durmaktadır (Şek. 74). Yatay olarak atılan $m_1 = 10$ gramlık bir mermi bu tahta blok içine girip kalıyor. Kuvvet sabitesi $k = 100000$ dyne/cm olan yay, bu çarpışmada 10 cm kısaldığına göre,

a) Yayın maksimum potansiyel enerjisini,

b) Sistemin çarpışmadan hemen sonraki hızını,

c) Merminin çarpışmadan önceki u_1 hızını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: a) Yayın kazandığı potansiyel enerjinin maksimum değeri,

$$E_{p_{max}} = \frac{1}{2} ky^2 = \frac{1}{2} \times 100000 \text{ dyne/cm} \times 100 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^6 \text{ erg'tir.}$$

b) Çarpışmadan sonra mermi ve tahta bloktan ibaret olan sistem, bir bütün olarak hareket eder. Sistemin çarpışmadan hemen sonraki hızı v olsun. Sistemin kinetik enerjisi,

$E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$ dir. Sürtünme olmadığından olayın çarpışmadan sonraki kısmında mekanik enerji korunur. O halde, sistemin kinetik enerjisi, yayın maksimum potansiyel enerjisine eşittir.

$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} ky^2$. Bu eşitlikten v hızı,

$(10 \text{ gr} + 990 \text{ gr}) v^2 = 100000 \text{ dyne/cm} \times 100 \text{ cm}^2$

$$v^2 = \frac{10000000 \text{ dyne . cm}}{1000 \text{ gr}} = \frac{10000000 \text{ gr . cm}^2/\text{sn}^2}{1000 \text{ gr}} = 10000 \text{ cm}^2/\text{sn}^2$$

$v = 100$ cm/sn olarak bulunur.

c) Momentumun korunumu prensibinden,

$m_1u_1 + 0 = (m_1 + m_2) v$ eşitliğini yazarak merminin u_1 hızı;

$$u_1 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) v = \frac{1000 \text{ gr}}{10 \text{ gr}} \times 100 \text{ cm/sn} = 10000 \text{ cm/sn}$$ olarak bulunur.

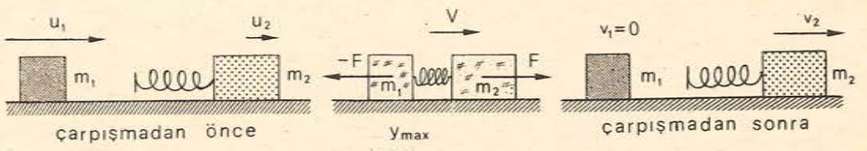
5 — 17. Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde $u_1 = 10$ m/sn'lik hızla yol alan cismin kütlesi $m_1 = 2$ kg'dır. Aynı düzlem üzerinde aynı yöne doğru $u_2 = 3$ m/sn'lik hızla giden ve arkasına ağırlıksız bir yay bağlı olan öteki cismin kütlesi ise $m_2 = 5$ kg'dır (Şek. 75). Bu iki cismin çarpışması, merkezi tam esnek bir çarpışma olduğuna göre,

Şek. 75

a) Yayın maksimum kısalma miktarını,

b) Cisimlerin, çarpışmadan hemen sonraki v_1 ve v_2 hızlarını bulunuz. (Yayın kuvvet sabitesi $k = 1120$ nt/m'dir. Yayın sıkışıp kalmadığını, daima Hooke kanununa uyduğunu kabul ediniz).

ÇÖZÜMÜ: a) Çarpışmada yay âni olarak sıkışır ve kinetik enerjinin bir kısmı esneklik potansiyel enerjisine dönüşür. Bilâhare yay açılır, cisimler birbirinden ayrılır ve bu potansiyel enerji tekrar kinetik enerji olarak sisteme iade edilir. Çarpışmada, cisimler ortak bir hıza sahip oluncaya kadar yay sıkışır. Yayın maksimum kısalması anında sistemin hızı V olsun (Şek. 76). Momentum korunduğundan bu an için,



Şek. 76

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2) V$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten V hızı,

$$V = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \text{ kg} \times 10 \text{ m/sn} + 5 \text{ kg} \times 3 \text{ m/sn}}{2 \text{ kg} + 5 \text{ kg}} = 5 \text{ m/sn}$$ dir.

Sistemin çarpışmadan önceki kinetik enerjisi,

$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_1u_1^2 + \frac{1}{2} m_2u_2^2$ dir.

Bu enerjinin yayın kısalması ile potansiyel enerjiye dönüşen miktarı,

$$\frac{1}{2} k y^2_{max} = E_{k_1} - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2$$

$$\frac{1}{2} k y^2_{max} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

$$\frac{1}{2} k y^2_{max} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(u_1 - u_2)^2$$ bağıntısı ile bulunur.

Bu eşitlikte, sayısal değerler yerlerine konularak yayın maksimum sıkışma miktarı,

$$y^2_{max} = \frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}(u_1 - u_2)^2 = \frac{2\,kg \times 5\,kg}{1120\,nt/m \times 7\,kg} \times 49\ m^2/sn^2 = \frac{1}{16}\ m^2$$

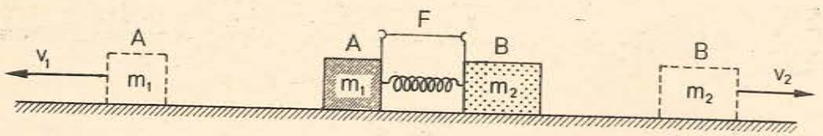
$$y_{max} = \frac{1}{4}\ m = 0{,}25\ m = 25\ cm$$ olarak bulunur.

b) **(s. 112, Prob. 5 - 11'e bak.)** Cisimlerin, çarpışmadan hemen sonraki v_1 ve v_2 hızları,

$v_1 = 2V - u_1$, $v_1 = 2 \times 5\,m/sn - 10\,m/sn = 0$

$v_2 = 2V - u_2$, $v_2 = 10\,m/sn - 3\,m/sn = 7\,m/sn$ olur.

5 — 18. Aralarında sıkıştırılmış bir yay bulunan A ve B cisimleri sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde durmaktadır (Şek. 77). Yayı sıkışık vaziyette



Şek. 77

tutan kancalara bağlı ip yakılınca, yay normal uzunluğunu alıp yere düşüyor. A ve B cisimleri de birbirlerinden ayrılarak zıt yönlerde hareketlerine devam ediyorlar.

a) Cisimlerin hızları,

b) Cisimlerin kinetik enerjileri arasındaki oranı bulunuz.

c) $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 3$ kg, yayın kuvvet sabitesi $k = 300$ nt/m ve yayın sıkışma miktarı 10 cm olduğuna göre, v_1 ve v_2 hızlarını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: a) Cisimleri bir arada tutan ip yakılınca yay, normal uzunluğunu alıncaya kadar bu iki cisim üzerine zıt yönde eşit kuvvetler uygular. Bu kuvvetlerin etkisi ile A ve B cisimleri zıt yönlerde harekete geçer. Başlangıçta sistem sükûnette olduğundan toplam momentum sıfırdır. Sürtünme kuvvetleri ihmal edildiğine göre, dış bileşke kuvvet de sıfırdır.

O halde sistemin momentum toplamı sabit kalır. A ve B cisimlerinin kazandıkları hızları v_1 ve v_2 ile gösterirsek,

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$, $m_1 v_1 = -m_2 v_2$, $\frac{v_1}{v_2} - = \frac{m_2}{m_1}$ oranı bulunur.

Sonuca göre, hızları zıt yönlü olup kütlelerle ters orantılıdır.

b) A ve B cisimlerinin ayrı ayrı kinetik enerjileri,

$$E_{K_A} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad , \quad E_{K_B} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$ dir.

Kinetik enerjilerin birbirine oranı,

$$\frac{E_{K_A}}{E_{K_B}} = \frac{1/2\ m_1 v_1^2}{1/2\ m_2 v_2^2} = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$$ olur.

Kinetik enerjilerde, kütlelerle ters orantılıdır. kütlesi küçük olan cisim, mevcut potansiyel enerjinin daha büyük kısmını alır. Bunun sebebi, momentumun değişme miktarının, cisimler üzerine etkiyen kuvvetin impüls'üne ($F\delta t$) eşit olmasına karşılık; kinetik enerjideki değişme miktarının, kuvvetin yaptığı işe ($F\delta s$) eşit olmasıdır. Her iki cisim üzerine etkiyen kuvvetler değerce eşittir. Bu kuvvetler aynı süre etkidikleri için cisimlerde eşit momentum değişmeleri hasıl ederler. Fakat kuvvetlerin tatbik noktaları ($m_1 = m_2$ olması hariç) eşit uzaklık katetmez.

c) Sistemin başlangıç kinetik enerjisi sıfırdır. Sistemin son kinetik enerjisi ise,

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$ dir. Bu enerjinin kaynağı sistemde başlangıçta mevcut olan esneklik potansiyel enerjisidir. O halde,

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} k y^2$$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Sistemin momentumu,

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ (2) dir.

(1) ve (2) denklemlerinden v_1 ve v_2 hızları,

$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = ky^2$

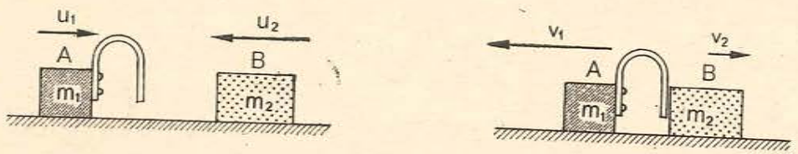
$v_1^2 + 3v_2^2 = 300 \times 0{,}01$, $v_1^2 + 3v_2^2 = 3$ (3)

(2) denkleminden, $v_1 = -3v_2$ dir. Bu değer (3) denkleminde yerine konulursa,

$$9v_2^2 + 3v_2^2 = 3 \quad , \quad v_2^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad , \quad v_2 = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ m/sn}$$

$v_1 = -3v_2 = -3 \times 0{,}5 = -1{,}5$ m/sn olarak bulunur.

5 — 19. Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde birbirlerine doğru $u_1 = 4{,}5$ m/sn , $u_2 = 7$ m/sn hızlarla hareket eden A ve B cisimlerinin kütleleri $m_1 = 2$ kg , $m_2 = 2{,}6$ kg.'dır (Şek. 78). Çarpışmanın merkezi tam esnek olduğunu kabul ederek, cisimlerin çarpışmadan sonraki v_1 ve v_2 hızlarını bulunuz.



Şek. 78

ÇÖZÜMÜ : (s. 105'e bak). Merkezi tam esnek bir çarpışma için,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (1)

$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$ (2) denklemlerini yazabiliriz.

u_1 hızının yönünü (+) pozitif kabul edelim. (1) ve (2) denklemlerinde sayısal değerler yerlerine konularak,

$2 \text{ kg} \times 4{,}5 \text{ m/sn} + 2{,}6 \text{ kg} (-7 \text{ m/sn}) = 2 \text{ kg} \times v_1 + 2{,}6 \text{ kg} \times v_2$

$9 \text{ m/sn} - 18{,}2 \text{ m/sn} = 2v_1 + 2{,}6v_2$

$-9{,}2 \text{ m/sn} = 2v_1 + 2{,}6v_2$ (3)

$4{,}5 \text{ m/sn} - (-7 \text{ m/sn}) = -v_1 + v_2$

$11{,}5 \text{ m/sn} = -v_1 + v_2$ veya $23 \text{ m/sn} = -2v_1 + 2v_2$ (4)

eşitlikleri elde edilir.

(3) ve (4) eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$13{,}8 \text{ m/sn} = 4{,}6v_2$, $v_2 = 3$ m/sn olarak bulunur.

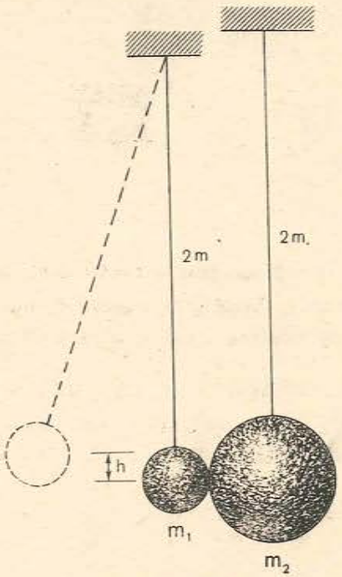
(3) veya (4) eşitliğinde v_2 nin değeri yerine konulursa v_1 hızı,

$23 \text{ m/sn} = -2v_1 + 2 \times 3 \text{ m/sn}$, $2v_1 = 6 \text{ m/sn} - 23 \text{ m/sn}$

$v_1 = -8{,}5$ m/sn olarak bulunur.

5 — 20. Kütleleri $m_1 = 50$ gram ve $m_2 = 90$ gram olan iki küre biçimindeki cisim ayrı ayrı 2 m uzunluğundaki ağırlıksız iplerin uçlarına bağlanarak ağırlık merkezleri, aynı hizada olacak ve birbirlerine temas edecek şekilde asılmışlardır (Şek. 79).

Küçük küre, yana doğru çekilerek h = 10 cm yükseklikten bırakılıyor. Küreler arasında sıçrama katsayısı e = 0,8 olduğuna göre, çarpışmadan hemen sonra kürelerin hızları ne kadar olur?



Şek. 79

ÇÖZÜMÜ : Çarpışmadan önce büyük kürenin hızı $u_2 = 0$ dır. Küçük kürenin hızı ise,

$$m_1gh = \frac{1}{2} m_1u_1^2 \quad ,$$

$u_1 = \sqrt{2gh} = 140$ cm/sn dir.

Çarpışmadan sonra kürelerin hızları v_1 ve v_2 olsun. Çarpışma merkezi kısmen esnek olduğundan,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (1)

$e(u_1 - u_2) = -(v_1 - v_2)$ (2) denklemlerini yazabiliriz.

Bu denklemlerde sayısal değerler yerlerine konularak,

$50 \text{ gr} \times 140 \text{ cm/sn} + 0 = 50 \text{ gr} \times v_1 + 90 \text{ gr} \times v_2$

$7000 \text{ cm/sn} = 50v_1 + 90v_2$ (3)

$0{,}8 (140 \text{ cm/sn} - 0) = -v_1 + v_2$

$112 \text{ cm/sn} = -v_1 + v_2$ veya $5600 \text{ cm/sn} = -50v_1 + 50v_2$ (4)

eşitlikleri elde edilir.

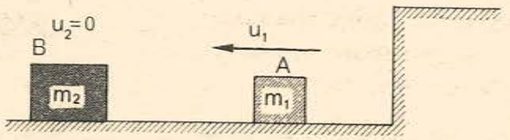
(3) ve (4) eşitlikleri taraf tarafa toplanarak v_2 hızı,

$12600 \text{ cm/sn} = 140v_2$, $v_2 = 90$ cm/sn

v_2 nin değeri (3) veya (4) eşitliğinde yerine konularak küçük kürenin v_1 hızı,

$112 \text{ cm/sn} = -v_1 + 90 \text{ cm/sn}$, $v_1 = -22$ cm/sn olarak bulunur.

5 — 21. Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde u_1 hızı ile hareket eden ve kütlesi m_1 olan A cismi, sükûnette olan B cismine çarpıyor. B cisminin kütlesi



Şek. 80

m_2 = 120 kilogramdır. Çarpışmadan sonra A ve B cisimlerinin hızları aynı oluyor ve A cismi geriye gelerek sağdaki engele çarpıyor. Çarpışmanın, merkezi tam esnek olduğunu kabul ederek A cisminin kütlesini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : **(s. 112, Prob. 5-11'e bak).** (Şek. 80) de sükûnette olan B cismine u_1 hızı ile yaklaşmakta olan A cismi görülmektedir. $u_2 = 0$ dır. Cisimlerin çarpışmadan sonraki v_1 ve v_2 hızları;

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m + m_2}\right) u_1 \qquad (1)$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m + m_2}\right) u_1 \qquad (2)$$

bağıntılarından bulunabilir.

u_1 hızının yönü (+) pozitif kabul edilirse, çarpışmadan sonraki v_1 ve v_2 hızları için,

$-v_1 = v_2$ (3) eşitliğini yazabiliriz.

(1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_1u_1 - m_2u_1}{m_1 + m_2} \times \frac{m_1 + m_2}{2m_1u_1} = \frac{m_1 - m_2}{2m_1}$$

$$-1 = \frac{m_1 - m_2}{2m_1} \quad , \quad m_2 = 3\,m_1 \quad , \quad m_1 = \frac{m_2}{3} = 40 \text{ kg}$$

olarak bulunur.

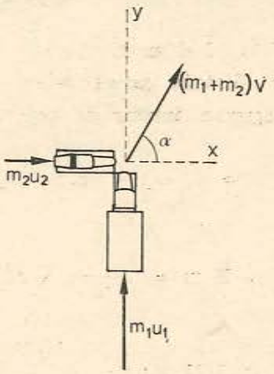
Not : Bu problemi aşağıdaki bağıntılardan yararlanarak çözünüz.

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \qquad (1)$$

$$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2) \qquad (2)$$

$$-v_1 = v_2 \qquad (3)$$

5 — 22. Kütlesi m_2 = 1000 kg olan bir taksi 90 km/saat hızla batıdan-doğuya doğru yol alırken, kütlesi m_1 = 4125 kg olan ve 54 km/saat hızla güneyden-kuzeye doğru yol almakta olan bir kamyonla yol kavşağında çarpışıyor. Çarpışmada vasıtaların tamponları birbirine geçiyor ve taksi ile kamyon birlikte çarpışma yerinden 20 metre uzakta duruyor. Durdurucu kuvvetin ortalama değerini ve yönünü bulunuz.



Şek. 81

ÇÖZÜMÜ : Taksinin x ekseninin pozitif yönünde, kamyonun y ekseninin pozitif yönünde yol aldıklarını ve çarpışmanın orijinde olduğunu kabul edelim (Şek. 81). Sistem, esnek olmayan bu çarpışmadan sonra x ekseni ile α açısı yapan vektör yönünde V hızı ile harekete başlamış olsun. Momentum vektörel bir büyüklük olduğundan y ve x bileşenleri korunur. O halde,

$$m_1u_1 = (m_1 + m_2)\,V \sin\alpha \qquad (1)$$

$$m_2u_2 = (m_1 + m_2)\,V \cos\alpha \qquad (2)$$

eşitliklerini yazabiliriz.

Bu eşitlikler taraf tarafa bölünürse,

$$\text{tg}\alpha = \frac{m_1u_1}{m_2u_2} = \frac{4125 \text{ kg} \times 15 \text{ m/sn}}{1000 \text{ kg} \times 25 \text{ m/sn}} = 2{,}475$$

u_1 = 54 km/saat = 15 m/sn

u_2 = 90 km/saat = 25 m/sn

$\alpha = 68^0$

(1) ve (2) denklemlerinden,

$$\frac{m_1u_1}{m_1 + m_2} = V \sin\alpha \quad \text{veya} \quad \frac{m_1^2u_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = V^2 \sin^2\alpha \qquad (3)$$

$$\frac{m_2u_2}{m_1 + m_2} = V \cos\alpha \quad \text{veya} \quad \frac{m_2^2u_2^2}{(m_1 + m_2)^2} = V^2 \cos^2\alpha \qquad (4)$$

eşitliklerini yazabiliriz. (3) ve (4) eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$$V^2 (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \frac{m_1^2u_1^2 + m_2^2u_2^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$V^2 = \frac{m_1^2u_1^2 + m_2^2u_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \qquad (5)$$

eşitliği bulunur. Bu eşitlikten sistemin, çarpışmadan hemen sonraki V hızı,

$$V^2 = \frac{(4125\ kg)^2\ (15\ m/sn)^2 + (1000\ kg)^2\ (25\ m/sn)^2}{(4125\ kg + 1000\ kg)^2} = 169{,}55\ m^2/sn^2$$

$V = 13{,}02$ m/sn dir.

Sistem, çarpışmadan sonra 20 metre yol alarak duruyor. Kinetik enerjideki değişme, durdurucu kuvvete karşı yapılan işe eşittir.

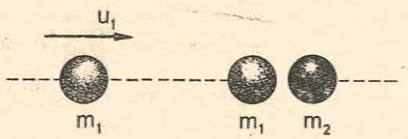
$$F \times s = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\ V^2$$

$$F \times 20\ m = \frac{1}{2} \times 5125\ kg \times 169{,}55\ m^2/sn^2$$

$$F \cong 21723{,}6\ nt = \frac{21723{,}6}{9{,}8} = 2216{,}69\ kgf$$

Ortalama durdurucu kuvvetin şiddeti 2216,69 kgf olup, x ekseni ile 68^0 lik açı yapan vektörle zıt yöndedir.

5 — 23. Kütleleri m_1 ve m_2 olan sağdaki iki küre birbirinden çok az ayrı olarak durmaktadır. Kütlesi m_1 olan soldaki üçüncü küre ise, sabit u_1 hızı ile sağdaki kürelere doğru yaklaşıyor (Şek. 82). Çarpışmaların, merkezi tam esnek olacağını kabul ederek,



Şek. 82

a) $m_2 < m_1$ olduğuna göre, çarpışmalardan sonra kürelerin hızlarını bulunuz. Bu durumda iki çarpışmanın olacağını gösteriniz.

b) $m_2 > m_1$ olduğuna göre, çarpışmalardan sonra kürelerin hızlarını bulunuz. Bu durumda ise üç çarpışmanın olacağını gösteriniz.

ÇÖZÜMÜ: a) Soldaki ve ortadaki kürelerin kütleleri birbirlerine eşittir. Ortadaki küre başlangıçta sükûnet halinde olduğundan ilk hızı $u_2 = 0$ dır. Çarpışmadan sonra bu kürelerin fızları v_1 ve v_2 olsun. Çarpışmalar, merkezi tam esnek olacağından;

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (1)

$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$ (2) denklemlerini yazabiliriz.

$m_1 = m_2$ ve $u_2 = 0$ olduğundan,

$m_1u_1 + 0 = m_1v_1 + m_1v_2$ (3)

$u_1 - 0 = -v_1 + v_2$ (4)

(4) eşitliğinden $v_2 = u_1 + v_1$ dir. Bu değer (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$m_1u_1 = m_1v_1 + m_1(u_1 + v_1) = m_1v_1 + m_1u_1 + m_1v_1$

$0 = m_1v_1 + m_1v_1$, $v_1 = 0$

Başlangıçta, u_1 hızı ile sağa doğru hareket eden soldaki kürenin ortadaki küre ile çarpışmasından sonra hızı $v_1 = 0$ olur. Ortadaki kürenin v_2 hızı ise,

$u_1 = -v_1 + v_2$, $u_1 = -0 + v_2$, $v_2 = u_1$ olur.

O halde ortadaki küre, $v_2 = u_1$ hızı ile en sağdaki küreye çarpar. Bu ikinci çarpışmadan sonra kürelerin hızları v'_1 ve v'_2 olsun. Bu çarpışma için,

$m_1u_1 + 0 = m_1v'_1 + m_2v'_2$ (5)

$u_1 - 0 = -v'_1 + v'_2$ (6) eşitliklerini yazabiliriz.

(6) eşitliğinden $v'_2 = u_1 + v'_1$ dür. Bu değer (5) eşitliğinde yerine konulursa,

$m_1u_1 = m_1v'_1 + m_2(u_1 + v'_1) = m_1v'_1 + m_2u_1 + m_2v'_1$

$m_1u_1 - m_2u_1 = v'_1(m_1 + m_2)$

$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1$$

v'_2 hızı ise;

$$v'_2 = u_1 + v'_1 = u_1 + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1$$ olarak bulunur.

$m_2 < m_1$ olduğundan v'_1 ve v'_2 hızları pozitif çıkar ve $v'_2 > v'_1$ dür. O halde bu kürelerin çarpışmadan sonraki hareketleri u_1 hızı yönünde sağa doğru olur. Soldaki küre sükûnette kalır. Üçüncü bir çarpışma olmaz.

b) Soldaki küre ile ortadaki kürenin ilk çarpışmadan sonraki hızlarının $v_1 = 0$, $v_2 = u_1$ olduğunu bulmuştuk. İkinci çarpışmadan sonra ortadaki ve sağdaki kürelerin hızları ise,

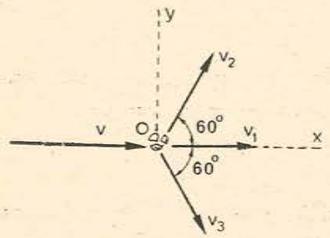
$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 \quad , \quad v'_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1$$ bağıntılarından bulunabilir.

Sağdaki küre v'_2 hızı ile sağa doğru harekete geçer.

$m_2 > m_1$ olduğundan v'_1 hızı negatif çıkar. O halde ortadaki küre ikinci çarpışmadan sonra sola doğru v'_1 hızı ile hareket ederek soldaki küre ile tekrar çarpışır. Bu üçüncü çarpışmadan sonra ortadaki küre sükûnette kalır. Soldaki küre ise

$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1$$ hızı ile sola doğru harekete geçer. Bu durumda üç çarpışma olur.

5 — 24. Dünyamızın etrafında v = 5000 m/sn hızla dolaşan bir yapma uydunun kütlesi, m = 72 kilogramdır. Bu uydu, bir patlama olayında, kütleleri aynı üç parçaya ayrılıyor. Bu parçalardan biri uydunun hareket yönünde, öteki iki parçanın her biri uydunun hareket doğrultusu ile ayrı ayrı 60° lik açı yapan istikametlerde uzaklaşıyor (Şek. 83).



Şek. 83

Patlamada, hasıl olan enerji, uydunun patlama anındaki kinetik enerjisinin iki katı olduğuna göre, her bir parçanın patlamadan hemen sonraki kinetik enerjilerini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: Kütlesi, m = 72 kg olan uydunun x ekseninin pozitif yönünde v hızı ile hareket ettiğini ve patlamanın orijinde meydana geldiğini kabul edelim. Her birinin kütlesi m/3 kg olan parçaların patlamadan sonraki hızları v_1 , v_2 ve v_3 olsun (Şek. 83). Momentumun x ve y bileşenleri korunacağından,

$$mv = \frac{1}{3} mv_1 + \frac{1}{3} mv_2 \cos 60^0 + \frac{1}{3} mv_3 \cos 60^0 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{3} mv_2 \sin 60^0 = \frac{1}{3} mv_3 \sin 60^0 \qquad (2)$$ eşitliklerini yazabiliriz.

(2) eşitliğinden, $v_3 = v_2$ dir. O halde (1) eşitliği;

$$mv = \frac{1}{3} mv_1 + \frac{2}{3} mv_2 \cos 60^0 \quad , \quad \cos 60^0 = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$mv = \frac{1}{3} mv_1 + \frac{1}{3} mv_2 \qquad (3) \text{ olur.}$$

Parçalanmadan önce uydunun kinetik enerjisi E olsun.

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} \quad \text{veya} \quad mv = \sqrt{2mE} \text{ dir.}$$

Aynı şekilde parçalar için,

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} mv_1^2 \quad \text{veya} \quad \frac{1}{3} mv_1 = \sqrt{\frac{2}{3} mE_1}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} mv_2^2 \quad \text{veya} \quad \frac{1}{3} mv_2 = \sqrt{\frac{2}{3} mE_2}$$

eşitlikleri bulunur. Bu değerler (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\sqrt{2mE} = \sqrt{\frac{2}{3} mE_1} + \sqrt{\frac{2}{3} mE_2} \quad \text{veya} \quad \sqrt{3E} = \sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}$$

$$3E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2} \qquad (4)$$

Bu olayda enerji kaybı olmadığından uydunun kinetik enerjisi ile patlamada açığa çıkan enerjinin toplamı, parçaların kinetik enerjilerinin toplamına eşittir.

$$E + 2E = 3E = E_1 + E_2 + E_3 = E_1 + 2E_2 \qquad (5)$$

(4) ve (5) eşitliklerinden,

$E_1 + 2E_2 = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2}$ yazılarak E_1 , E_2 ve E_3;

$E_2 = 2\sqrt{E_1E_2}$, $E_2^2 = 4E_1E_2$, $E_2 = 4E_1$

$$3E = E_1 + 2E_2 = E_1 + 8E_1 \quad , \quad E_1 = \frac{1}{3} E \text{ ve } E_2 = E_3 = \frac{4}{3} E$$

olarak bulunur.

$$E = \frac{1}{2} \times 72 \text{ kg} \times 25000000 \text{ m}^2/\text{sn}^2 = 9 \times 10^8 \text{ joule}$$ olduğundan parçaların kinetik enerjileri,

$$E_1 = \frac{1}{3} E = 3 \times 10^8 \text{ joule}$$

$$E_2 = E_3 = \frac{4}{3} E = 12 \times 10^8 \text{ joule olarak bulunur.}$$

Patlamadan sonra uydunun hareket doğrultusunda hareket eden parçanın kinetik enerjisi uydunun kinetik enerjisinin üçte birine, diğer parçaların kinetik enerjileri birbirine eşit olup uydunun kinetik enerjisinin üçte dördüne eşittir. Parçaların kinetik enerjilerinin toplamı, uydunun kinetik enerjisinin üç katıdır.

5 — 25. Bir infilâkta bir taş, üç parçaya ayrılıyor. İki parça birbirine dik doğrultuda v_1 = 3 m/sn ve v_2 = 2 m/sn hızla fırlıyor. Bunların kütleleri, m_1 = 10 kg ve m_2 = 20 kg'dır. Üçüncü parçanın kütlesi m_3 = 50 kg olduğuna göre, bu parçanın infilâktan hemen sonraki hızını ve hareket doğrultusunu bulunuz.

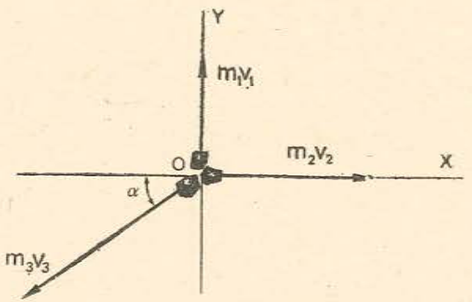
ÇÖZÜMÜ: Başlangıçta kaya parçası sükûnet halinde olduğundan momentumu sıfırdır. Momentumun korunumu prensibine göre, parçalandıktan sonra da momentumu sıfır olur. m_1 = 10 kg'lık parçanın momentumu,

m_1v_1 = 10 kg × 3 m/sn = 30 kg.m/sn

m_2 = 20 kg'lık parçanın momentumu ise, buna dik doğrultuda,

$m_2v_2 = 20\ kg \times 2\ m/sn = 40\ kg.m/sn$ dir.

Üçüncü parçanın m_3v_3 momentumu, toplam momentumu sıfır yapacak bir değerde olacağından m_1v_1 ve m_2v_2 vektörlerinin bileşkesine değerce eşit, bileşke ile aynı doğrultuda ve fakat bileşkenin zıt yönünde olacaktır (Şek. 84).



Şek. 84

Momentumun y ve x bileşenleri de korunacağından,

$m_1v_1 - m_3v_3 \sin\alpha = 0$ veya $m_1v_1 = m_3v_3 \sin\alpha$ (1)

$m_2v_2 - m_3v_3 \cos\alpha = 0$ veya $m_2v_2 = m_3v_3 \cos\alpha$ (2)

eşitliklerini yazabiliriz.

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa bölünürse α açısı bulunur.

$$tg\alpha = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{10\ kg \times 3\ m/sn}{20\ kg \times 2\ m/sn} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

$\alpha = 37^0$

(1) veya (2) denkleminden v_3 hızı,

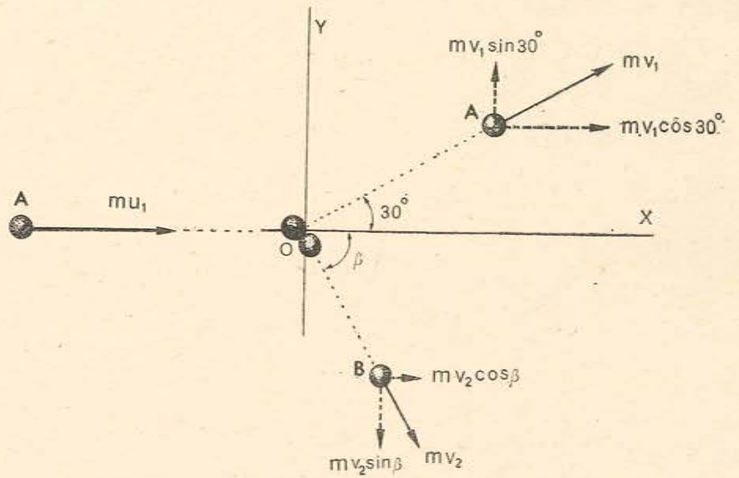
$m_1v_1 = m_3v_3 \sin\alpha$ $\qquad \sin\alpha = 0{,}6$

$10\ kg \times 3\ m/sn = 50\ kg \times 0{,}6 \times v_3$

$v_3 = 1\ m/sn$ olarak bulunur.

5 — 26. $u_1 = 300$ m/sn hızla hareket eden bir gaz molekülü, sükûnette bulunan ve kütlesi aynı olan diğer bir gaz molekülü ile çarpışıyor. Tam esnek olan

bu çarpışmadan sonra A molekülü, ilk hareket doğrultusu ile 30^0 lik açı yapan bir doğrultuda hareketine v_1 hızı ile devam ediyor.



Şek. 85

a) A molekülünün çarpışmadan sonraki v_1 hızını,

b) B molekülünün, çarpışmadan sonraki v_2 hızını ve hareket doğrultusunu bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: a) A molekülünün x ekseninin (+) pozitif yönünde hareket ettiğini ve çarpışmanın orijinde olduğunu kabul edelim (Şek. 85). Momentumun x ve y bileşenleri korunacağından,

$mu_1 + 0 = mv_1 \cos 30^0 + mv_2 \cos\beta$ veya $u_1 - v_1 \cos 30^0 = v_2 \cos\beta$ (1)

$mv_1 \sin 30^0 = mv_2 \sin\beta$ veya $v_1 \sin 30^0 = v_2 \sin\beta$ (2) eşitliklerini ve

çarpışma, tam esnek olduğuna göre kinetik enerjide korunacağından,

$$\frac{1}{2} mu_1^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 \quad \text{veya} \quad u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (3)$$

eşitliğini yazabiliriz.

(1) ve (2) eşitliklerinin kareleri alınıp, taraf tarafa toplanırsa,

$u_1^2 + v_1^2 (\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0) - 2u_1v_1 \cos 30^0 = v_2^2 (\sin^2\beta + \cos^2\beta)$

$u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos 30^0 = v_2^2$ (4)

(3) eşitliğindeki u_1^2 nin değeri (4) eşitliğinde yerine konulursa A molekülünün çarpışmadan sonraki v_1 hızı,

$$v_1^2 + v_2^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos 30^0 = v_2^2$$

$$v_1 = u_1 \cos 30^0 = 300 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 260 \text{ m/sn} \quad \text{olarak bulunur.}$$

b) B molekülünün çarpışmadan sonraki v_2 hızı,

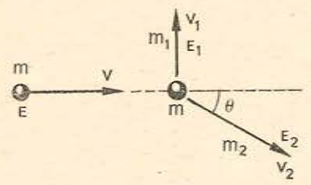
$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad , \quad v_2^2 = u_1^2 - v_1^2 = 300^2 - \left(300 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$v_2 = 150$ m/sn olur.

(2) eşitliğinden β açısı,

$$\sin\beta = \frac{v_1 \sin 30^0}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \beta = 60^0 \quad \text{olarak bulunur.}$$

5 — 27. Hareket halinde olan bir deuterium atomunun kinetik enerjisi $E = 0{,}81 \times 10^{-13}$ joule'dur. Bu atom sükûnette olan diğer bir deuterium atomu ile çarpışıyor. Meydana gelen çekirdek reaksiyonunda bir neutron ilk hareket doğrultusuna dik olarak dışarıya atılıyor. Hafif helium isotopu da ilk hareket doğrultusu ile θ açısı yapan vektör yönünde v_2 hızı ile harekete geçiyor (Şek. 86).



Şek. 86

Sükûnet halindeki neutron, deuterium ve helium isotopunun kütleleri sıra ile $1{,}6747 \times 10^{-27}$ kg , $3{,}3441 \times 10^{-27}$ kg ve $5{,}0076 \times 10^{-27}$ kg'dır. Neutron'un kinetik enerjisini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : Reaksiyonun başlangıcında olaya giren iki deuterium atomunun sükûnetteki toplam kütlesi,

$3{,}3441 \times 10^{-27}$ kg $\times 2 = 6{,}6882 \times 10^{-27}$ kg'dır.

Reaksiyonun sonunda meydana gelen maddelerin toplam kütlesi ise,

$5{,}0076 \times 10^{-27}$ kg + $1{,}6747 \times 10^{-27}$ kg = $6{,}6823 \times 10^{-27}$ kg'dır.

Enerjiye dönüşen kütle miktarı,

$6{,}6882 \times 10^{-27}$ kg — $6{,}6823 \times 10^{-27}$ kg = 59×10^{-31} kg'dır.

$E_R = 59 \times 10^{-31}$ kg $\times c^2 = 59 \times 10^{-31}$ kg $\times 9 \times 10^{16}$ m^2/sn^2 = $5{,}31 \times 10^{-13}$ joule.

Demek ki bu çekirdek reaksiyonunda $5{,}31 \times 10^{-13}$ joule'lük bir enerji meydana gelmiştir. Çarpışma esnek olduğundan kinetik enerji korunur. O halde neutron ve helium isotopunun $(E_1 + E_2)$ kinetik enerjilerinin toplamı,

$E_R + E = (5{,}31 + 0{,}81)\ 10^{-13}$ joule $= 6{,}12 \times 10^{-13}$ joule

$E_R + E = E_1 + E_2 = 6{,}12 \times 10^{-13}$ joule'dur. (1)

Momentumun x ve y bileşenleri korunacağından,

$$mv = m_2v_2 \cos\theta \qquad (2)$$

$m_1v_1 = m_2v_2 \sin\theta$ (3) eşitliklerini yazabiliriz.

x ekseninin pozitif yönünde v hızı ile hareket eden deuterium atomunun kinetik enerjisi,

$E = \frac{1}{2} mv^2$ dir. Bu eşitlikten mv,

$$E = \frac{m^2v^2}{2m} \quad , \quad mv = \sqrt{2mE}$$

Neutron ve helium isotopunun kinetik enerjileri,

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 \quad , \quad E_2 = \frac{1}{2} m_2v_2^2 \text{ dir. Bu eşitliklerden}$$

m_1v_1 ve m_2v_2,

$$E_1 = \frac{m_1^2v_1^2}{2m_1} \quad , \quad m_1v_1 = \sqrt{2m_1E_1}$$

$$E_2 = \frac{m_2^2v_2^2}{2m_2} \quad , \quad m_2v_2 = \sqrt{2m_2E_2}$$

Bu değerler (2) ve (3) denklemlerinde yerlerine konulursa,

$$mv = m_2v_2 \cos\theta \quad , \quad \sqrt{2mE} = \sqrt{2m_2E_2}\cos\theta \qquad (4)$$

$$m_1v_1 = m_2v_2 \sin\theta \quad , \quad \sqrt{2m_1E_1} = \sqrt{2m_2E_2}\sin\theta \qquad (5)$$

(4) ve (5) denklemlerinin kareleri alınarak taraf tarafa toplanırsa,

$2mE + 2m_1E_1 = 2m_2E_2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 2m_2E_2$

$mE = m_2E_2 - m_1E_1$ (6) eşitliği bulunur.

$E_R + E = E_1 + E_2$ veya $m_2E_R + m_2E = m_2E_1 + m_2E_2$ (7)

(6) eşitliğinden m_2E_2 nin değeri (7) eşitliğinde yerine konulursa,

$m_2 E_R + m_2E = m_2E_1 + m_1E_1 + mE$

$m_2 E_R + m_2E - mE = E_1 (m_2 + m_1)$ (8)

Bu eşitlikten neutronun E_1 kinetik enerjisi,

$$E_1 = \left(\frac{m_2 - m}{m_2 + m_1}\right) E + \left(\frac{m_2}{m_2 + m_1}\right) E_R$$

$$E_1 = \left(\frac{1,6635}{6,6823} \times 0,81 \times 10^{-13} + \frac{5,0076}{6,6823} \times 5,31 \times 10^{-13} \right) = 4,18 \times 10^{-13} \text{ joule}$$

olarak bulunur.

5 — 28. Ağırlığı 980 kgf olan bir otomobil yatay bir yolda 72 km/saat'lık bir hızla gitmekte iken frenlenerek durduruluyor.

a) Otomobilin momentumundaki değişme ne kadardır?

b) Otomobil frenlendikten 5 saniye sonra durduğuna göre, ortalama sürtünme kuvveti ne kadardır?

c) Otomobil bu süre içinde ne kadar yol alır?

CEVAP : a) 2000 kgf . sn b) 400 kgf c) 50 m.

5 — 29. 147 gramlık bir beyzbol topu bir vurucuya 30 m/sn'lik hızla yaklaşıyor. Vurucu topu direkt olarak 45 m/sn hızla atıcıya geri gönderiyor.

a) Topun momentumundaki değişmeyi,

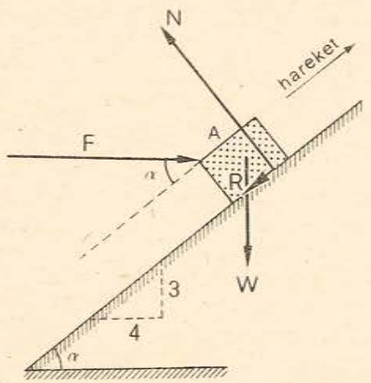
b) Çomak ile top 0,01 saniye temasta kaldığına göre, bu zaman süresi içinde topa etki ettirilen kuvvetin ortalama değerini bulunuz.

CEVAP : a) 11,025 kg . m/sn b) 1102,5 nt.

5 — 30. Bir etfaiye erinin tuttuğu hortumdan su 20 m/sn'lik hızla çıkıyor. Hortumdan saniyede 8 lt su boşalıyor. Etfaiye eri, yerinde durabilmek için, hortuma hangi yöne doğru ve ne kadarlık bir kuvvet uygulamalıdır? (Hortumun ağırlığını ihmal ediniz).

CEVAP : 160 nt (suyun hortumdan çıkış yönünde)

5 — 31. Ağırlığı W = 100 kgf olan A cismi, F = 200 kgf'lik yatak bir kuvvetle eğik düzlemin yukarısına doğru itilmektedir (Şek. 87). Yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0,2 olduğuna göre, bu cismin hızını 5 m/sn den 19,7 m/sn ye çıkarmak için gerekli zaman ne kadardır?



Şek. 87

CEVAP : 2,5 sn.

5 — 32. 2 gramlık bir mermi 3 kg'lık bir tüfek tarafından kuzeye doğru 300 m/sn hızla atılıyor. Dışardan başka bir etki olmadığına göre,

a) Merminin momentumunu,

b) Tüfeğin geri tepme hızını bulunuz.

CEVAP : a) 0,6 kg . m/sn kuzeye
b) 0,2 m/sn güneye.

5 — 33. Momentumu P, kütlesi m olan bir cismin kinetik enerjisinin: $\frac{P^2}{2m}$ olduğunu gösteriniz.

5 — 34. Kütlesi 60 gram olan bir tenis topuna raketle vuruluyor. Top, raketle 0,04 sn temasta kalıyor. Bu süre içinde topa 20 newton'luk sabit bir kuvvet etki ettiğine göre,

a) Topun hızı ne olur?

b) Karşıdaki tenisçi, gelen topa direkt olarak 0,05 sn süre ile 40 newton'luk bir kuvvet etki ettirirse topun hızı ne olur?

(Havanın direncini önemsemeyiniz. Vuruşların aynı yükseklikte yapıldığını kabul ediniz.)

CEVAP : a) 13,33 m/sn b) — 20 m/sn.

5 — 35. Kütlesi 10 gram olan bir mermi namluyu 800 m/sn'lik bir hızla terk ediyor. Tüfeğin namlu uzunluğu 50 cm olduğuna göre,

a) Namlu boyunca mermiye etki eden kuvvetin, impüls'ünü,

b) Ortalama değerini bulunuz.

CEVAP : a) 8 nt . sn b) $6,4 \times 10^3$ nt.

5 — 36. Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde u_1 = 6 m/sn'lik hızla yol alan A cisminin kütlesi m_1 = 4 kg'dır. Aynı düzlem üzerinde u_2 hızı ile hareket eden B cisminin kütlesi ise m_2 = 10 kg'dır (Şek. 88). Çarpışmadan sonra A cis-

Şek. 88

minin hızı $v_1 = 0$ oluyor.

a) B cisminin çarpışmadan önceki u_2 hızını,

b) B cisminin çarpışmadan sonraki v_2 hızını,

c) Çarpışmada yayın maksimum kısalması 10 cm olduğuna göre, yayın kuvvet sabitesini bulunuz.

(Çarpışmanın, merkezi tam esnek olduğunu kabul ediniz.)

CEVAP : a) 1,8 m/sn b) 4,2 m/sn c) 5040 nt/m.

5 — 37. Bir istasyonda manavra yapmakta olan 18 ton ağırlığındaki bir lokomotif 14,4 km/saat hızla gitmekte iken durmakta olan 12 ton ağırlığındaki diğer bir lokomotife önden çarpıyor. Lokomotiflerin önlerindeki tamponlarında ikişer yay vardır. Her bir yayın kuvvet sabitesi k = 2500 kgf/cm olduğuna göre,

a) Yaylardaki maksimum kısalmayı,

b) Çarpışmadan sonra lokomotiflerin hızlarını bulunuz.

(Çarpışmanın, merkezi tam esnek bir çarpışma olduğunu kabul ediniz.)

CEVAP : a) 0,108 m , b) $v_1 = 0{,}8$ m/sn , $v_2 = 4{,}8$ m/sn.

5 — 38. Aynı bir doğru üzerinde birbirlerine doğru u_1 ve u_2 hızları ile yaklaşan iki cisim çarpışıyor. Çarpışan bu cisimlerin kütleleri m_1 ve m_2 dir. Çarpışmanın, merkezi ve kısmen esnek olduğunu kabul ederek, sıçrama katsayısı e olduğuna göre, çarpışmadaki enerji kaybının :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(1 - e^2)(u_1 - u_2)^2$$ olduğunu gösteriniz.

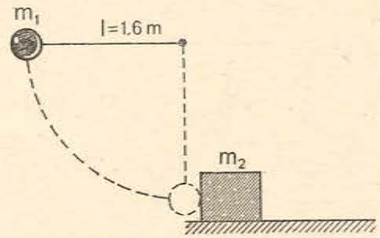
5 — 39. Hareket halinde olan bir partikül sükûnette olan diğer bir partikülle çarpışıyor. Çarpışma, merkezi tam esnek olduğuna göre, kinetik enerjinin duran partiküle maksimum değerde transfer edilmesi için iki partikülün kütleleri arasındaki oran ne olmalıdır?

CEVAP : 1

5 — 40. Yatay bir düzlem üzerinde duran 3 kg'lık bir ağaç bloka doğru atış yapılıyor. Kütlesi 5 gram olan mermi ağaç bloka girip kalıyor. Çarpışmadan sonra mermi ve ağaç bloktan ibaret olan sistem, düzlem üzerinde 25 cm yol aldıktan sonra duruyor. Sistem ile düzlem arasındaki kinetik sürtünme kat sayısı 0,2 olduğuna göre, merminin hızını bulunuz.

CEVAP : ≃ 595 m/sn.

5 — 41. 1,6 metre uzunluğundaki ağırlıksız bir ipin ucuna bağlı bulunan kürenin kütlesi $m_1 = 0{,}5$ kg'dır. İp düşey durumda iken küre, yatay bir düzlem üzerinde duran $m_2 = 3$ kg'lık kütleye temas ediyor. Küre, yarıçapı ipin uzunluğuna eşit dairenin 1/4 çemberini kat edecek şekilde yana çekilerek bırakılıyor (Şek. 89). Çarpışmanın, merkezi tam esnek bir çarpışma olduğunu kabul ederek küre ve cismin, çarpışmadan sonraki hızlarını bulunuz.
($g = 9{,}8$ m/sn²).



Şek. 89

CEVAP : Kürenin hızı = —4 m/sn , cismin hızı = 1,6 m/sn.

5 — 42. Bir golf oyuncusu, ağırlığı 45 grf olan topa vuruyor. Top hareket noktasından 160 m ilerde yere düşüyor. Top yerden en fazla 30 m yükseldiğine göre,

a) Topa etki eden kuvvetin impüls'ünü bulunuz.

b) Topla çomak 1/500 saniye temasta kaldığına göre, topa etki eden kuvvetin ortalama değerini hesaplayınız.

CEVAP : a) 1,82 nt . sn , b) 910 nt.

5 — 43. Bir terazinin kefesi, içerisi balmumu ile sıvanmış bir alüminyum kefe ile değiştirildiğinde denge bozulmuyor ve terazinin göstergesi gene sıfırı gösteriyor. 1,6 metre yükseklikten her birinin ağırlığı 5 gram olan kurşun küreler belli aralıklarla bırakılıyor. Saniyede 7 kurşun küre terazinin kefesine düşüp yapışarak kaldığına göre, 10 uncu saniye sonunda terazide okunan ağırlık ne kadardır? ($g = 980$ cm/sn²).

CEVAP : 370 grf.

BÖLÜM

VI

DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

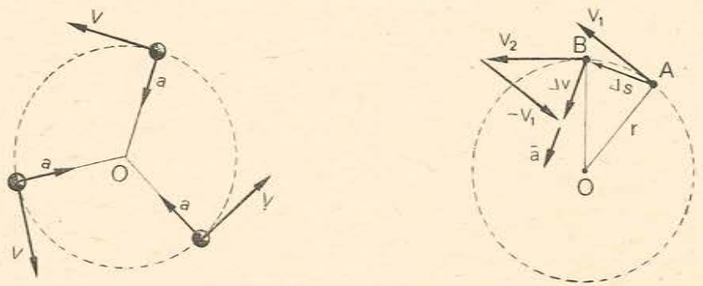
Dairesel bir yörünge üzerinde, eşit zaman aralıklarında eşit yollar alan bir cismin hareketine **düzgün dairesel hareket** denir. Cismin, yarıçapı r olan dairenin çevresini bir defa dolanması için geçen zaman T ise, yörünge üzerindeki her hangi bir noktadaki v hızı;

$v = \frac{2\pi r}{T}$ veya $v = \omega r$ (6-1) bağıntıları ile

hesaplanır (Şek. 90 a). Hızın değeri sabittir; fakat doğrultusu her an değişir.

Not : ω, açısal hızdır. Açısal hızın birimi radian/sn dir.

v_1 ve v_2 A ve B noktalarındaki hızlardır (Şek. 90 b). v_1 ve v_2 hızları-



Şek. 90

(a)
Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin hız ve ivme vektörleri.

(b)
Δv vektörü, A ve B noktalarındaki hızların vektörel farkına eşittir.

nın vektörel farkı Δv, parçacığın A noktasından B noktasına gitmesi için geçen zaman Δt ise, parçacığın $\bar{a}$ ortalama ivmesi;

$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ dir.

Kenarları v_2, $-v_1$ ve Δv olan hız üçgeni ile OAB üçgeni birbirine benzer üçgenlerdir. v_1 ve v_2 vektörlerinin şiddetleri v ile gösterilirse,

$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{r}$ veya $\Delta v = \frac{v}{r}\Delta s$ yazılabilir.

Eşitliğin her iki tarafı Δt ile bölünürse,

$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}$ eşitliği bulunur.

$\Delta v/\Delta t = \bar{a}$ idi. Parçacığın B noktasındaki ani ivmesi, Δt sıfıra erişirken A'nın B'ye çok yaklaştığı andaki ortalama ivmesinin limiti olacağından,

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$ olur.

Δt sıfıra erişirken A noktası B noktasına yaklaşır ve Δv vektörü de gittikçe küçülür. Δv vektörünün doğrultusu da BO yarıçapının doğrultusuna yaklaşır. Tam limit halde Δv vektörü yarıçap doğrultusunu alır ve merkeze doğru yönelir. O halde ani ivme, dairenin merkezine doğrudur ve şiddeti, hızın karesinin yarıçapa oranına eşittir.

$a = \frac{v^2}{r}$ veya $a = \omega^2 r$ (6—2)

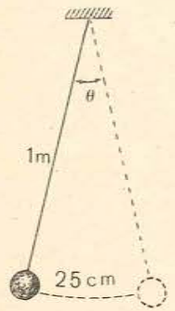
Merkezcil kuvvet : Düzgün dairesel hareket yapan cismin kütlesi m ise, Newton'un ikinci kanunundan yararlanarak bu cisme etkiyen kuvveti bulabiliriz.

$F = ma = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$ (6—3)

Kuvvet dairenin merkezine yönelmiştir. Bu sebepten **merkezcil kuvvet** adını alır.

PROBLEMLER

6 — 1. Bir metre boyundaki basit bir sarkacın salınımlarının (Şek. 91) yay uzunluğu 25 cm olduğuna göre, açısını radian ve derece olarak hesaplayınız.



Şek. 91

ÇÖZÜMÜ :

$$(\text{radian})\ \theta = \frac{\text{s (yay uzunluğu)}}{\text{r (yarı çap)}}$$

$$\theta = \frac{25\ \text{cm}}{100\ \text{cm}} = \frac{1}{4}\ \text{radian}$$

$$(\text{derece})\ \theta = \frac{1}{4} \times \frac{360^0}{2\pi} = 14{,}3^0$$

6 — 2. Yarıçapı 3 metre olan bir türbin çarkının çemberi üzerinde bir noktanın çizgisel hızı 15 m/sn olduğuna göre, çarkın açısal hızını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ :

$$v = \omega r \quad , \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{15\ \text{m/sn}}{3\text{m}} = 5\ \text{radian/sn.}$$

6 — 3. Dakikada 420 devir yapan bir volanın,

a) Çarkı üzerindeki herhangi bir noktanın açısal hızını,

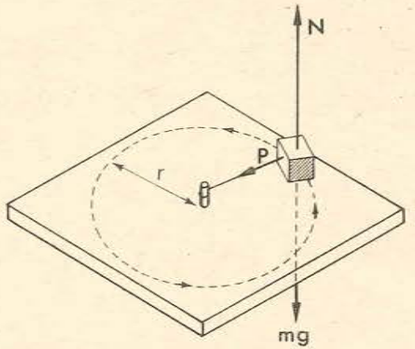
b) Merkezden 50 cm uzaklıktaki bir noktanın çizgisel hızını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ :

a) $\omega = \frac{2\pi}{60} \times 420 = 14\pi = 14 \times \frac{22}{7} = 44$ radian/sn.

b) $v = \omega r = 44$ radian/sn $\times$ 0,5 m $= 22$ m/sn.

6 — 4. 35 cm uzunluğundaki bir sicime bağlı olan 70 gramlık bir cisim, sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde bir çivinin etrafında sabit bir hızla dönmektedir (Şek. 92). Cisim saniyede iki dönme yaptığına göre, sicimin bu cisme uyguladığı P kuvveti ne kadardır?



Şek. 92

ÇÖZÜMÜ : Dairenin çevresi $2\pi r = 70\pi$ cm olduğundan cismin v hızı,

$$v = \frac{70\pi\ \text{cm} \times 2}{1\ \text{sn}} = 440\ \text{cm/sn}\ \text{dir.}$$

Merkezcil ivme;

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{38720}{7}\ \text{cm/sn}^2\ \text{olur.}$$

Cismin düşey ivmesi olmadığından N ve mg kuvvetleri birbirine eşit ve zıt yönlüdür. O halde sisteme etki eden bileşke kuvvet P den ibarettir. P kuvveti;

$$\Sigma F = P = ma = 70\ \text{gr} \times \frac{38720}{7}\ \text{cm/sn}^2 = 387200\ \text{dyne} = 3{,}872\ \text{nt}$$

olarak bulunur.

6 — 5. 120 metre yarıçaplı bir yol dönemecine 43,2 km/saat'lık hıza göre eğim verilmiştir. Bu dönemeci 72 km/saat hızla dönen vasıtaların yana kaymaması için, yolla lastikler arasındaki sürtünme katsayısı en az ne kadar olmalıdır?

ÇÖZÜMÜ :

$v_1 = 43{,}2$ km/saat $= 12$ m/sn

$v_2 = 72$ km/saat $= 20$ m/sn

$r = 120$ m

$g = 9{,}8$ m/sn^2

$$F_1 = m \frac{v_1}{r}$$

$$F_2 = m \frac{v_2}{r}$$

$F_2 > F_1$ dir.

Merkezcil kuvvetteki artmayı f sürtünme kuvveti karşılayacağından, bu kuvvetin merkezcil kuvvet doğrultusundaki bileşeni,

$f \times \cos\theta = F_2 - F_1$ (1) olmalıdır.

$$\mu = \frac{f}{N} \qquad (2)$$

$$N\cos\theta = mg \qquad (3)$$

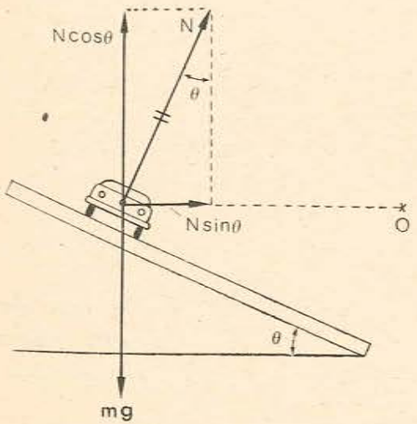
(1), (2) ve (3) denklemlerinden sürtünme katsayısı,

$$\mu = \frac{f \times \cos\theta}{mg} = \frac{F_2 - F_1}{mg} = \frac{m/r\ (v_2^2 - v_1^2)}{mg} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{gr}$$

$$\mu = \frac{256\ m^2/sn^2}{120\ m \times 9{,}8\ m/sn^2} \cong 0{,}218$$

Sürtünme katsayısı en az 0,218 olmalıdır.

6 — 6. 51,6 metre yarıçaplı bir yol dönemecine ne kadarlık bir eğim verilmelidir ki, 54 km/saat'lık hızla bu dönemeçten geçen araçlar maksimum güvenlikte olsunlar?



Şek. 93

ÇÖZÜMÜ :

Yola dönemeçte uygun bir eğim verilirse, vasıta hiç bir sürtünme kuvvetini gerektirmeden dönemeci dönebilir. Vasıta için en emin durum da budur. Bu durumda, yol, vasıtayı kendi yüzeyine dik doğrultuda iter (Şek. 93). Bu normal kuvvetin, düşey bileşeni vasıtanın mg ağırlığına eşit ise ve yatay bileşeni de tam olarak mv^2/r (merkezcil kuvvet) kuvveti olursa, vasıta yana fırlamadan dönemeci dönebilir. Bu şartların yerine getirilmesi için θ açısının,

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{mv^2/r}{mg} = \frac{v^2}{gr} = \frac{(15\ m/sn)^2}{9{,}8\ m/sn^2 \times 51{,}6\ m} \cong 0{,}445 \quad , \quad \theta = 24^0$$

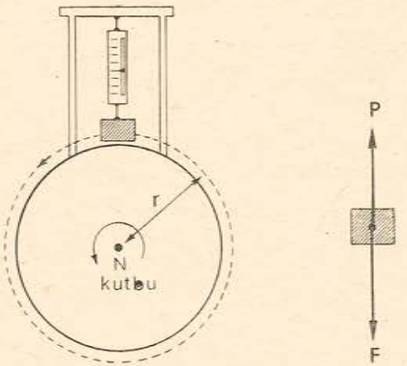
olması gerekir.

Yola verilmesi gereken ideal açı vasıtanın hızına tâbi olup kütlesine tâbi değildir.

6 — 7. Bir cismin ekvatordaki ağırlığı, yaylı terazi kullanılarak 2 kgf olarak bulunmuştur.

Bu değer, aynı noktadaki gerçek çekim kuvvetinden ne kadar farklıdır?

ÇÖZÜMÜ : Yaylı terazi ve bu teraziye asılı olan cisim (çok büyütülmüş olarak) Şek. 94 de görülmektedir. Cisme, yerin F çekim kuvveti ile yayın yukarıya doğru uyguladığı P kuvveti etki etmektedir. Cisim dünya ile beraber döndüğünden yerin merkezine doğru bir a_R merkezcil ivmeye sahiptir. F kuvveti, gerekli olan merkezcil kuvveti de sağlayacağından, P kuvvetinden biraz büyüktür. Başka bir deyimle yaylı terazide okunan P değeri, yerin çekim kuvvetinden biraz küçüktür.



Şek. 94

Newton'un ikinci kanunundan,

$$F - P = ma_R = m\omega^2 r \qquad (1)$$ eşitliğini yazabiliriz.

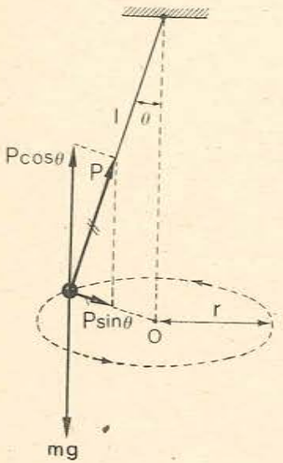
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 3600\ sn} \cong 7{,}3 \times 10^{-5}\ radian/sn$$

m «=» 2 kg

r = 6400000 metredir. Bu sayısal değerler (1) eşitliğinde yerlerine konulursa,

$F - P = 2\ kg\ (7{,}3 \times 10^{-5}\ radian/sn)^2\ 6400000\ m = 0{,}068$ nt olarak bulunur.

6 — 8. Bir ucu tavandaki çengele bağlanmış olan l = 100,5 cm uzunluğundaki bir ipin öteki ucunda asılı bulunan cismin kütlesi 0,6 kg'dır. Bu cisme yatay bir düzlem içinde düzgün dairesel hareket yaptırılıyor (koniksel sarkaç). Cisim bir dönmesini 1,8 saniyede tamamladığına göre,



Şek. 95

a) İpteki gerilmeyi,

b) İpin düşeyle yaptığı açıyı bulunuz.

(π = 22/7 ve g = 9,8 m/sn² alınacak.)

ÇÖZÜMÜ : a) Kütlesi m = 0,6 kg olan cismin, çevresinde dolandığı yatay dairenin yarıçapı r olsun. Dönmekte olan bu cisme etki eden ipteki gerilme kuvveti P, ipin boyu l ile gösterilmiştir (Şek. 95). P kuvvetinin, (P cos θ) düşey bileşeni, cismin mg ağırlığını karşılar. (P sin θ) yatay bileşeni ise, cismin dairesel yörüngede hareketi için gerekli merkezcil kuvveti ($F = mv^2/r$) hasıl eder. O halde,

$$P \sin\theta = m \frac{v^2}{r} \qquad (1)$$

$P \cos\theta = mg$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.

Cisim bir dönme hareketini, 1,8 saniyede tamamladığına göre, v çizgisel hızı;

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi r}{1{,}8} \text{ dir.}$$

İpin, düşeyle yaptığı açının sinüsü ise,

$\sin\theta = r/l$ dir. Bu değerler (1) eşitliğinde yerine konulursa,

$$P \frac{r}{l} = m \frac{(2\pi r/T)^2}{r} \quad , \quad P = m \frac{4\pi^2 l}{T^2} \qquad (3)$$

$$P = \frac{0{,}6 \text{ kg} \times 4 \times 484/49 \times 1{,}005 \text{ m}}{3{,}24 \text{ sn}^2} = 7{,}353 \text{ kg.m/sn}^2 = 7{,}353 \text{ nt} = 0{,}75 \text{ kgf}$$

olarak bulunur.

b) (2) ve (3) eşitliklerinden θ açısı için,

$$\cos\theta = \frac{mg}{P} = \frac{gT^2}{4\pi^2 l} \qquad (4) \text{ bağıntısı bulunur.}$$

P kuvvetini yukarıda bulduğumuza göre ilk eşitlikten θ açısı bulunur.

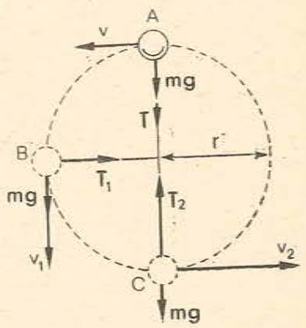
$$\cos\theta = \frac{mg}{P} = \frac{6 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2}{73{,}53 \text{ kg.m/sn}^2} = 0{,}799$$

$\theta = 37^0$

Not : (4) bağıntısından koniksel sarkacın peryot ifadesi,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos\theta}{g}} \text{ olarak bulunur.}$$

6 — 9. Uzunluğu 80 cm olan bir sicimin ucuna bağlanmış olan 1 kg'lık bir cisim, düşey bir dairenin çevresi üzerinde hareket edecek şekilde ipin diğer ucundan tutularak döndürülüyor (Şek. 96). Dairenin en üst noktasında (A noktasında) ipteki gerilme yok denecek kadar azaldığına göre,



Şek. 96

a) Sicim yatay duruma geldiğinde ipteki gerilmeyi,

b) Cisim en alt noktaya geldiğinde ipteki gerilmeyi ve cismin v_2 hızını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : Dönmenin her durumunda cisme iki kuvvet etki eder.

1 — Aşağıya doğru cismin (mg) ağırlığı,

2 — Dairenin merkezine yönelmiş olan ipi geren kuvvet.

Yörüngenin en yüksek A noktasında bu kuvvetlerin doğrultu ve yönleri aynı olur. Dairenin merkezine doğru yönelmiş olan bu kuvvetler, cismi dairesel yörüngede tutmak için gerekli merkezcil kuvveti hasıl ederler. O halde,

$$mg + T = m \frac{v^2}{r} \qquad (1) \text{ eşitliğini yazabiliriz.}$$

Sorumuzda, T = 0 özel hali için, cismin bu noktadaki v hızı,

$$mg + 0 = m\frac{v^2}{r}$$

$v^2 = gr$, $v = \sqrt{gr} = \sqrt{9{,}8\ m/sn^2 \times 0{,}8\ m} = 2{,}8\ m/sn$ olur.

a) Sicim yatay duruma geldiğinde; cismin hızı v_1 ve ipteki gerilme T_1 olsun. A ve B noktaları arasındaki yükseklik farkı r = 80 cm'dir. Havanın direnci önemsenmediğine göre mekanik enerji korunacağından,

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \times r \quad \text{veya} \quad v_1^2 = v^2 + 2gr$$ (2) eşitliğini

yazabiliriz.

Yukarıda bulunan v^2 nin değeri (2) eşitliğinde yerine konularak v_1 hızı bulunur.

$v_1^2 = gr + 2gr = 3gr$, $v_1 = \sqrt{3gr}$

Bu durumda merkeze doğru yönelmiş olan yegane kuvvet T_1 olduğundan,

$$T_1 = m\frac{v_1^2}{r}$$ (3) eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten ipteki gerilme T_1;

$$T_1 = m\frac{3gr}{r} = 3mg = 3 \times 1\ kg \times 9{,}8\ m/sn^2 = 29{,}4\ nt = 3\ kgf$$ olarak bulunur

b) A ve C noktaları arasındaki yükseklik farkı 2r dir. Mekanik enerji korunacağından,

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \times 2r$$ (4) eşitliğini yazabiliriz.

$v_2^2 = v^2 + 4gr = gr + 4gr = 5gr$, $v_2 = \sqrt{5gr} = 6{,}26\ m/sn$

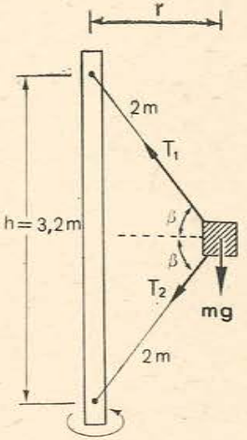
Bu durumda ipteki gerilme (T_2 kuvveti), gerekli olan merkezcil kuvveti hasıl ettiği gibi cismin mg ağırlığını da karşılar.

$$T_2 = m\frac{v_2^2}{r} + mg = m\frac{5gr}{r} + mg = 6\ mg$$

$T_2 = 6 \times 1\ kg \times 9{,}8\ m/sn^2 = 58{,}8\ nt = 6\ kgf$ olarak bulunur.

6 — 10. (Şek. 97) de görüldüğü gibi 8 kg'lık bir cisim, düşey bir çubuğa iki sicimle bağlanmıştır. Her bir sicimin uzunluğu 2 metredir. Cisim, dönme ekseni çubuk etrafında 4 radian/sn'lik bir açısal hızla dönerken, üstteki ve alttaki ipleri geren T_1 ve T_2 kuvvetleri ne kadar olur?

($g = 9{,}8\ m/sn^2$ dir.)



Şek. 97

ÇÖZÜMÜ : Cisim yarıçapı, r = 1,2 m olan dairenin çevresinde hareket eder. Bu hareketle T_1 ve T_2 kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamı gerekli merkezcil kuvveti temin edeceğinden,

$T_1 \cos\beta + T_2 \cos\beta = m\omega^2 r$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Cisim alçalıp yükselmediğinden, cisim üzerine etki eden kuvvetlerin düşey bileşenleri dengededir.

$T_1 \sin\beta = T_2 \sin\beta + mg$ (2)

$\sin\beta = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8$, $\cos\beta = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6$ dır.

Sayısal değerleri (1) ve(2) eşitliklerinde yerlerine konulursa,

$T_1 + T_2 = 256\ kg.m/sn^2$ (3)

$T_1 - T_2 = 98\ kg.m/sn^2$ (4) eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerden T_1 ve T_2;

$T_1 = 177$ nt , $T_2 = 79$ nt olarak bulunur.

6 — 11. Yüksek hızlı bir lâboratuvar santrifüj aygıtı, saniyede 100 devir yapıyor ve ortalama yarıçapı 10 cm'dir. Merkezcil ivme, yerçekimi ivmesinin kaç katı olur? ($\pi = 3{,}14$ alınız.)

ÇÖZÜMU :

$f = 100$ devir/sn. $\quad f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, $\quad \omega = 2\pi f = 200\pi$ radian/sn.

$r = 10$ cm $= 0{,}1$ m.

$a = \omega^2 r = 4\times10^4\times9{,}8596\times0{,}1 = 39438{,}4$ m/sn²

$\dfrac{a}{g} = ?$ $\quad \dfrac{a}{g} = \dfrac{39438{,}4 \text{ m/sn}^2}{9{,}8 \text{ m/sn}^2} = 4024$

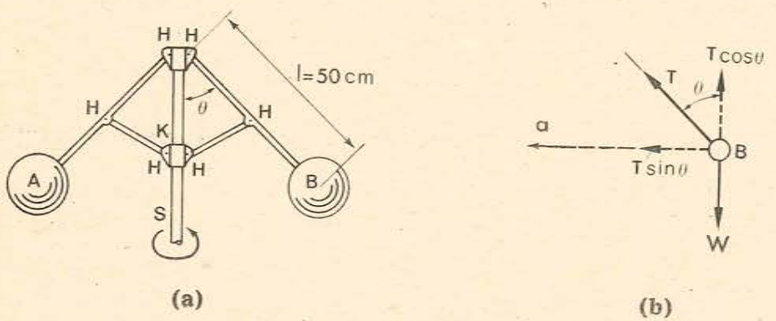
Merkezcil ivme, yerçekimi ivmesinin 4024 katı olur.

6 — 12. Bir Watt düzengecinin yuvarlaklarından her birinin ağırlığı 8 kgf'tir (Şek. 98 a). Bunları düşey dönme eksenine bağlayan çubukların boylarının 50 cm olduğu ve bu eksenin saniyede bir dönme yaptığı bilindiğine göre,

a) Çubukların dönme ekseni ile yaptıkları θ açısını bulunuz.

b) Kürelere etki eden merkezcil kuvveti hesaplayınız.

(Kolların ağırlıklarını ve sürtünmeleri önemsemeyiniz.)



Şek. 98

ÇÖZÜMÜ : a) Bir yuvarlağa etki eden kuvvetler Şek. 98 b de gösterilmiştir. Kolun yuvarlağa uyguladığı T kuvvetinin yatay bileşeni, gerekli merkezcil kuvveti temin edeceğinden,

$$T\sin\theta = \frac{W}{g}\omega^2 r \qquad (1)$$

Yuvarlaklar alçalıp yükselmediğinden,

$T\cos\theta = W$ (2) eşitliklerini yazabiliriz

(1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$\operatorname{tg}\theta = \dfrac{\omega^2 r}{g}$ eşitliği bulunur. $r = l\sin\theta$ olduğundan,

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\omega^2 l\sin\theta}{g}$$

$$\frac{l}{\operatorname{tg}\theta} = \frac{g}{\omega^2 l\sin\theta}$$

$\dfrac{\sin\theta}{\operatorname{tg}\theta} = \dfrac{g}{\omega^2 l}$, $\quad \dfrac{\sin\theta}{\operatorname{tg}\theta} = \cos\theta$ dır. O halde,

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 l} \qquad (3) \text{ bağıntısı bulunur.}$$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi$ radian/sn dir. Sayısal değerler (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\cos\theta = \frac{9{,}8 \text{ m/sn}^2}{4\times9{,}85 \text{ radian/sn}^2\times0{,}5 \text{ m}} \cong \frac{1}{2}$$

$\theta = 60^0$ olur.

b) $F = m\omega^2 r = \dfrac{W}{g}\omega^2 r = \dfrac{W}{g}\omega^2 l\sin\theta$

$$F = \frac{8 \text{ kgf}}{9{,}8 \text{ m/sn}^2}\times 4\pi^2 \text{ radian/sn}^2\times 0{,}5 \text{ m}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\pi^2 \cong 9{,}8$ alınırsa,

$F = 8\sqrt{3}$ kgf olarak bulunur.

6 — 13. Bir otomobil kuzeye doğru gitmekte iken, 628 metrelik bir dönemeci dönerek doğuya doğru yol almaya başlıyor.

a) Otomobilin, bu dönemeci sürtünmeye bağlı olmaksızın 90 km/saat'lık hızla dönebilmesi için yola verilmesi gereken eğim açısı ne kadar olmalıdır?

b) Yola eğim verilmemiş olduğunu kabul ederek, otomobilin yana kaymaması için, yolla otomobilin lastikleri arasındaki sürtünme katsayısının en az ne kadar olacağını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) Otomobil 90^0 lik bir dönme yapmıştır. O halde dönemecin eğrilik yarıçapı,

$2\pi r/4 = 628$, $r = 4\times628/2\times3{,}14$, $r = 400$ metredir.

Yola verilmesi gereken eğim açısı,

$$tg\theta = \frac{v^2}{gr}$$ (s. 142 de prob. 6—6 ya bak.)

$v = 90\ km/saat = 25\ m/sn$

$$tg\theta = \frac{625\ m^2/sn^2}{9{,}8\ m/sn^2\times400\ m} = 0{,}1594$$

$\theta \cong 9{,}1^0$ olmalıdır.

b) Yola eğim verilmediğine göre sürtünme kuvveti,

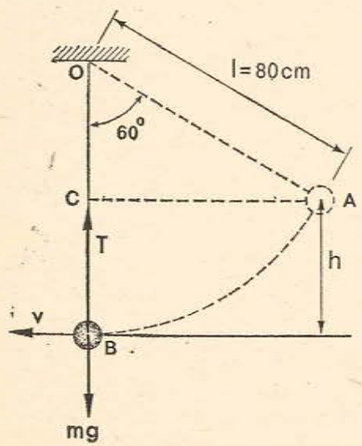
$f = \mu\times N = \mu\times mg$ dir. Bu kuvvet merkezcil kuvvete eşit yazılarak μ sürtünme katsayısı,

$$\mu mg = m\frac{v^2}{r} \quad , \quad \mu = \frac{v^2}{gr} = 0{,}1594$$ olarak bulunur.

Demek ki, yolla otomobilin lastikleri arasındaki sürtünme katsayısı en az 0,1594 olursa otomobil yana kaymaz.

Not : $tg\theta = \mu$ olduğuna dikkat ediniz.

6 — 14. 80 cm uzunluğunda ağırlıksız, uzayamaz bir ipin ucuna kütlesi 20 gram olan küçük bir cisim asılmıştır. Bu cisim, yana doğru ip düşeyle 60^0 lik açı yapıncaya kadar çekilip, kendi haline bırakılıyor (Şek. 99).



Şek. 99

a) En alçak noktadan geçerken, cismin hızını

b) İpteki gerilmeyi bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) En alçak noktadan (B noktasından) geçerken cismin hızı v olsun. Enerjinin korunumu prensibinden,

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten v hızı,

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2\times980\ cm/sn^2\times40\ cm}$$

$v = 280\ cm/sn = 2{,}8\ m/sn$ olarak bulunur.

$\cos 60^0 = \overline{OC}/\overline{OA}$

$\overline{OC} = \overline{OA}\times\cos 60^0 = 80\times0{,}5 = 40\ cm$

$h = 80 - 40 = 40\ cm.$

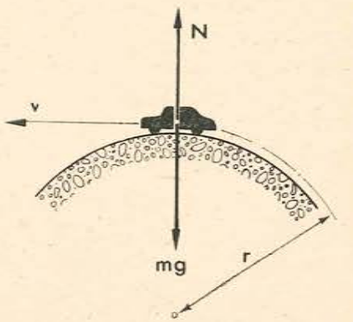
b) Cisim bu noktadan geçerken ipteki gerilme,

$$T - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$T = mg + m\frac{v^2}{r} = 20\ gr\times980\ cm/sn^2 + 20\ gr\times\frac{78400\ cm^2/sn^2}{80\ cm}$$

$T = 39200$ dyne $= 40$ grf olur.

6 — 15. Bir otomobil bir köprüden geçerken otomobilin ağırlık merkezi, yarıçapı 24 metre olan bir dairenin yayı üzerinde hareket ediyor (Şek. 100). Otomobilin içindekilerle birlikte ağırlığı 1960 kgf'tir.



Şek. 100

a) Otomobilin hızı, 43,2 km/saat (12 m/sn) olduğuna göre, köprünün en yüksek noktasında otomobilin köprüye etki ettirdiği kuvvet ne kadar olur?

b) Bu noktada otomobilin, köprü (yol) ile temasının kesilmesi için, hızı en az ne kadar olmalıdır?

ÇÖZÜMÜ : a) Köprünün en yüksek noktasında otomobile etki eden kuvvetler :

1. Aşağıya doğru olan otomobilin $W = mg$ ağırlığı,
2. Köprünün (yolun) otomobile etki ettirdiği yukarıya doğru olan normal N kuvvetidir.

Bu kuvvetler birbirlerine eşit olmayıp $mg > N$ dir. Çünkü, otomobili dairesel yörüngede tutmak için gerekli olan merkezcil kuvvet, bu kuvvetlerin bileşkesine eşittir. O halde,

$$mg - N = m\,\frac{v^2}{r} \qquad (1)$$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten v = 12 m/sn için N kuvveti,

$$N = mg - m\,\frac{v^2}{r} = W - \frac{w}{g}\cdot\frac{v^2}{r} = W\left(1 - \frac{v^2}{gr}\right)$$

$$N = 1960\ \text{kgf}\left(1 - \frac{144\ \text{m}^2/\text{sn}^2}{9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 24\ \text{m}}\right) = 760\ \text{kgf}$$ olarak bulunur.

Newton'un üçüncü kanununa göre, her etkiye karşı eşit ve ters yönlü bir tepki olacağından, otomobil, N kuvvetine eşit yani 760 kgf'lik bir kuvvet yola etki ettirir.

b) N = 0 için, otomobilin yolla teması kesileceğinden v_1 hızı;

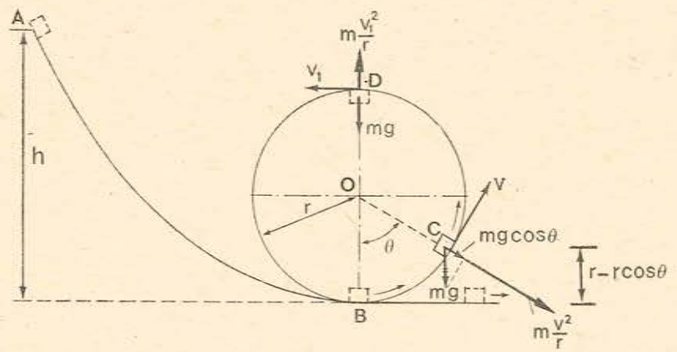
$$mg - 0 = m\,\frac{v_1^2}{r} \quad , \quad v_1^2 = gr$$

$$v_1 = \sqrt{gr} = \sqrt{9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 24\ \text{m}} \simeq 15{,}34\ \text{m/sn} = 55{,}224\ \text{km/saat}$$ olarak bulunur.

6 — 16. A noktasından bırakılan küp biçiminde küçük bir cisim, hızlanarak r yarıçaplı, düşey, dairesel bir yola giriyor (Şek. 101).

a) Cismin, dairesel yolda en yüksek D noktasına geldiği zaman, yere düşmemesi için h yüksekliği ne kadar olmalıdır?

b) C noktasında, cismin oluklu yola etki ettirdiği basınç kuvveti ne kadardır? (Sürtünmeleri önemsemeyiniz.)



Şek. 101

ÇÖZÜMÜ : a) Dairesel yolun en yüksek D noktasında, cisme etki eden kuvvetler :

1. Aşağıya doğru olan cismin mg ağırlığı,

2. Merkezcil kuvvetin tepkisi olan, yukarıya doğru $m\,\frac{v_1^2}{r}$ kuvvetidir.

Bu kuvvetler aynı doğrultuda, zıt yönde olduklarından,

$$m\,\frac{v_1^2}{r} \geq mg \qquad (1)$$ olması halinde cisim yere düşmez.

Cisim, A noktasında iken h kadar yükseklikte idi. D noktasında ise yüksekliği 2r dir. Enerjinin korunumu prensibine göre,

$$mgh = mg \times 2r + \frac{1}{2}\,mv_1^2 \qquad (2)$$ eşitliğini yazabiliriz.

Bu eşitlikten v_1^2;

$$mgh - 2\,mgr = \frac{1}{2}\,mv_1^2$$

$$2\,mgh - 4\,mgr = mv_1^2$$

$2g\,(h-2r) = v_1^2$ olarak bulunur. Bu değer (1) bağıntısında yerine konulursa,

$$m\,.\,\frac{2g\,(h-2r)}{r} \geq mg \quad , \quad \frac{2\,(h-2r)}{r} \geq 1$$

$$2h - 4r \geq r \quad , \quad 2h \geq 5r \quad , \quad h \geq \frac{5}{2}\,r$$

Cismin, D noktasına geldiğinde, yere düşmemesi için h yüksekliğinin, dairenin yarıçapının ikibuçuk katından daha büyük olması gerekir.

b) C noktasında, cismin oluklu yola etki ettirdiği basınç kuvveti,

$$N = m\,\frac{v^2}{r} + mg\cos\theta \qquad (3)$$ dır.

C noktasında cismin hızının karesi,

$$mgh = mg\,(r - r\cos\theta) + \frac{1}{2}\,mv^2$$

$$mgh - mg\,(r - r\cos\theta) = \frac{1}{2}\,mv^2$$

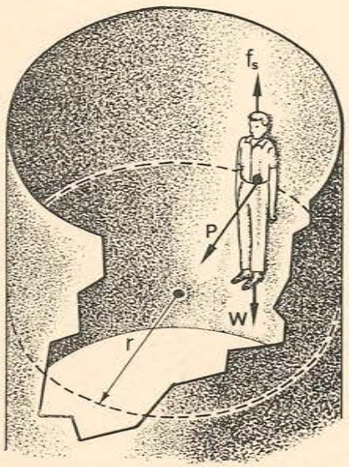
$2gh - 2g(r - r\cos\theta) = v^2$ (4) dir.

Bu değer (3) eşitliğinde yerine konularak N,

$$N = \frac{m(2gh - 2gr + 2gr\cos\theta)}{r} + mg\cos\theta$$

$$N = mg\left(\frac{2h}{r} - 2 + 3\cos\theta\right)$$ olarak bulunur.

6 — 17. 1,25 metre yarı çaplı üstü açık boş bir silindirin, tabanı üzerinde, cıdarına yaslanmış bir adam bulunmaktadır (Şek. 102). Sistem, silindirin simetri ekseni etrafında gitgide artan bir hızla döndürülüyor. Adamın elbiseleri ile silindirin yan yüzeyi arasındaki statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0{,}2$ olduğuna göre, silindirin tabanı düşürüldüğünde adamın düşmemesi için, silindirin saniyedeki devir sayısı en az ne kadar olmalıdır? ($g = 10$ m/sn² alınız.)



Şek. 102

ÇÖZÜMÜ : Adama etki eden kuvvetler; W adamın ağırlığı, f_s statik sürtünme kuvveti ve adamın r yarı çaplı dairesel yörünge üzerinde hareketi için gerekli merkezcil (silindirin duvarı tarafından adama etki ettirilen) P kuvvetidir.

Adamın düşmeden durduğu andaki, dönen silindirin açısal hızı ω olsun. Adam alçalıp yükselmediğine göre,

$f_s - W = 0$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

$f_s = \mu_s \times P$ (2)

$P\ (= ma) = \frac{W}{g}\omega^2 r$ (3) dir.

(1), (2) ve (3) eşitliklerinden,

$$f_s = W = \mu_s \times P = \mu_s\left(\frac{W}{g}\omega^2 r\right)$$

$$W = \mu_s\left(\frac{W}{g}\omega^2 r\right)$$ (4) Bu eşitlikten ω,

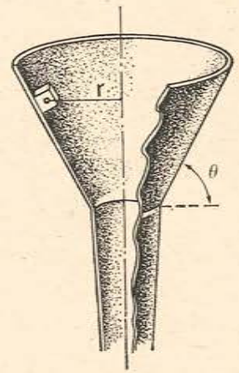
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_s \times r}}$$ **olur.**

Silindirin bu durumda saniyedeki f devir sayısı,

$$f_{min} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\mu_s \times r}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{40} \simeq 1 \text{ devir/sn olur.}$$

Demek ki, silindir saniyede 1 defa dönerse, silindirin tabanı düşürüldüğü halde adam, düşmeden durabilir.

6 — 18. Kütlesi m olan küp biçiminde küçük bir cisim, düşey bir eksen etrafında sabit bir hızla dönen bir huninin iç tarafına yerleştirilmiştir (Şek. 103). Huninin kenarının yatayla yaptığı açı θ dır. Cisimle huni arasındaki statik sürtünme katsayısı μ ve cismin ağırlık merkezinin dönme eksenine uzaklığı r olduğuna göre, cismin kaymaması için, huninin saniyedeki minimum (en az) ve maksimum (en fazla) dönme sayısı ne kadar olmalıdır?

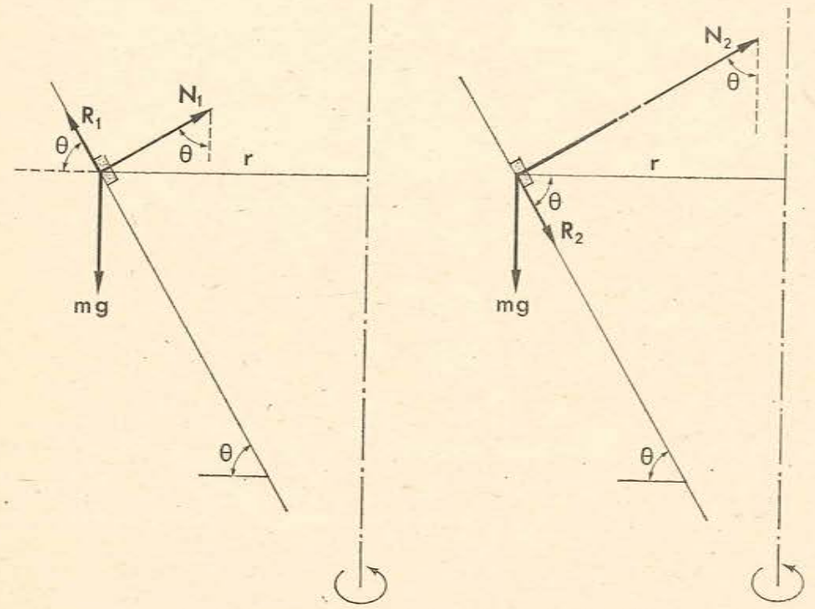


Şek. 103

ÇÖZÜMÜ : Huninin saniyedeki dönme sayısı, belli bir sayıdan az olursa cisim aşağıya doğru; belli bir sayıdan çok olursa yukarıya doğru huninin iç yüzeyinde kaymaya başlar. Cismin aşağıya doğru kaymaya başlayacağı andaki, huninin saniyedeki dönme sayısı f_{min} olsun. Cisme etki eden kuvvetler Şek. 104 a da görülmektedir. Bu durumda huninin yüzeyinin cisme etki ettirdiği N_1 normal kuvvetin ve R_1 sürtünme kuvvetinin düşey bileşenlerinin vektörel toplamı, cismin mg ağırlığını karşılar (Şek. 104 a). Bu kuvvetlerin yatay bileşenlerinin vektörel toplamı ise gerekli olan merkezcil kuvveti hasıl eder. O halde,

$N_1\cos\theta + R_1\sin\theta = mg$ **(1)**

$N_1\sin\theta - R_1\cos\theta = m\omega_1^2 r$ (2) eşitliklerini yazabiliriz.



(a) (b)

Şek. 104

(2) eşitliğinden ω_1 açısal hızı,

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{N_1 \sin\theta - R_1 \cos\theta}{mr}}$$ (3) olur.

$R_1 = \mu \times N_1$ dir.

(1) eşitliğinden de m bulunur.

$$m = \frac{N_1 \cos\theta + R_1 \sin\theta}{g} = \frac{N_1 \cos\theta + \mu N_1 \sin\theta}{g}$$

Bu değerler (3) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{N_1 \sin\theta - \mu N_1 \cos\theta}{(N_1 \cos\theta + \mu N_1 \sin\theta)\, r/g}} = \sqrt{\frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu \sin\theta}\right)}$$ (4)

$$f_{min} = \frac{1}{T_1} = \frac{\omega_1}{2\pi}$$ (5) dir.

T_1 = (Peryot) huninin bir defa dönmesi için geçen zaman, saniye olarak.

(4) ve (5) eşitliklerinden f_{min},

$$f_{min} = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\right)}$$ olarak bulunur.

Cismin yukarıya doğru kaymaya başlayacağı anda cisme etki eden sürtünme kuvveti R_2, normal kuvvet N_2 ile gösterilmiştir (Şek. 104 b). Yukarıda olduğu gibi,

$N_2 \cos\theta - R_2 \sin\theta = mg$ (6)

$N_2 \sin\theta + R_2 \cos\theta = m\omega_2^2 r$ (7) eşitliklerini yazabiliriz.

Bu durumda ω_2 açısal hızı;

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{N_2 \sin\theta + R_2 \cos\theta}{mr}}$$ (8) olur.

$R_2 = \mu \times N_2$ dir.

(1) eşitliğinden m bulunur.

$$m = \frac{N_2 \cos\theta - R_2 \sin\theta}{g} = \frac{N_2 \cos\theta - \mu N_2 \sin\theta}{g}$$

Bu değerler (8) eşitliğinde yerlerine konulursa,

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{N_2 \sin\theta + \mu N_2 \cos\theta}{(N_2 \cos\theta - \mu N_2 \sin\theta)\, r/g}} = \sqrt{\frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}\right)}$$

$f_{max} = \frac{\omega_2}{2\pi}$ olduğundan,

$$f_{max} = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}\right)}$$ olarak bulunur.

Cismin kaymaması için huninin saniyedeki f dönme sayısının,

$f > f_{min}$, $f < f_{max}$ olması gerekir.

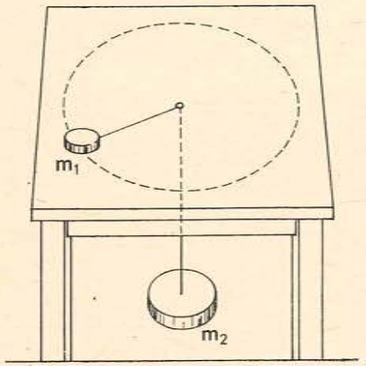
6 — 19. Kopma sınırı 485 newton olan 1 metre boyunda bir sicime bağlı 1 kg'lık bir cisim, sürtünmesiz yatay bir masanın üzerinde döndürülüyor. Sicimin öteki ucu sabit tutulmaktadır. Cismin, sicim kopmadan ulaşabileceği, en büyük hızı ne olur?

CEVAP : 22 m/sn

6 — 20. 80 cm uzunluğundaki uzamıyan bir ipin ucuna bağlanmış olan yuvarlak bir cisim düşey bir daire etrafında döndürülüyor. Dairenin en yüksek noktasında cismin hızı ne kadar olmalıdır ki, sicimdeki gerilme sıfır olsun?

CEVAP : 2,8 m/sn

6 — 21. Uzamayan bir ip, yatay bir masanın ortasındaki delikten geçiriliyor. İpin bir ucuna kütlesi $m_1 = 100$ gr öteki ucuna kütlesi $m_2 = 1$ kg olan cisimler bağlanıyor (Şek. 105). m_2 kütlesinin dengede kalması için, m_1 kütlesinin yarıçapı 50 cm olan dairenin çevresinde nekadarlık sabit bir hızla dönmesi gerekir? (Sürtünmeleri önemsemeyiniz.)



Şek. 105

CEVAP : 7 m/sn

6 — 22. Bir gramofon plâk tablası dakikada 78 devirlik sabit bir hızla dönmektedir. Plâk üzerine konulan bir cisim, merkezden 9,8 cm'den daha küçük uzaklıklarda kaymadan durabiliyor. Cisimle, plâk arasındaki sürtünme katsayısını bulunuz. ($\pi = 3{,}14$, $g = 9{,}8$ m/sn² dir.)

CEVAP : 0,6665

6 — 23. Ağırlığı 49 kgf olan bir çocuk, iplerinin uzunluğu 3 metre olan bir salıncakta sallanıyor. Bu sallanmanın en alçak noktasında çocuğun yatay hızı 1,2 m/sn olduğuna göre, bu anda salıncağın iplerinin dayanması gereken toplam kuvvet ne kadardır?

CEVAP : 51,4 kgf

6 — 24. Peryodu 2 saniye olan bir koniksel sarkacın ipi, düşeyle 60^0 lik açı yapıyor. İpin ucundaki cismin kütlesi 500 gr olduğuna göre,

a) Cismin çizgisel hızını,

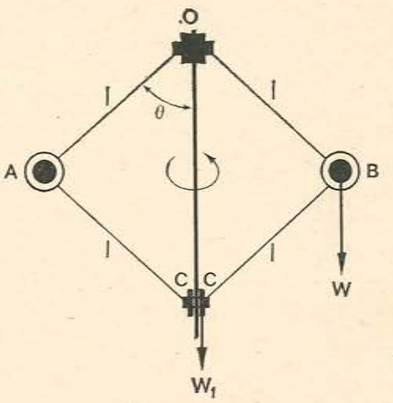
b) İpteki gerilmeyi bulunuz.

($\pi = 22/7$, $g = 9{,}8$ m/sn² alınacak.)

CEVAP : a) 5,4 m/sn , b) 1 kgf

6 — 25. Dakikada 120 defa dönen bir düzengecin her bir Yuvarlağın ağırlığı $W = 2$ kgf'tır (Şek. 106). Kollarının l uzunluğu birbirine eşit olup 50 cm'dir. C ağırlıklarından her biri $W_1 = 2{,}5$ kgf olduğuna göre, kolların dönme ekseni ile yaptığı θ açısını bulunuz.

(Düzengecin kollarının ağırlıklarını ve sürtünmeleri önemsemeyiniz.)



Şek. 106

CEVAP : $\cong 64^0$

6 — 26. Ağırlığı 0,5 kgf olan bir cisim 1 metre uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak bir çocuk tarafından düşey düzlem içerisinde, saniyede 2 devir yapmak üzere döndürülüyor.

a) Cisim, yörüngenin en yüksek ve en alçak noktalarında olduğu zamanlarda ipi geren kuvveti bulunuz.

b) Cisim yörüngenin en yüksek noktasında iken sicim bırakılıyor. Yörüngenin en yüksek noktasının yerden yüksekliği 1,96 metre olduğuna göre, cismin yere düştüğü nokta ile çocuk arasındaki uzaklığı hesaplayınız.

CEVAP : a) 7,5486 kgf , 8,5486 kgf.

b) $\cong$ 8 m.

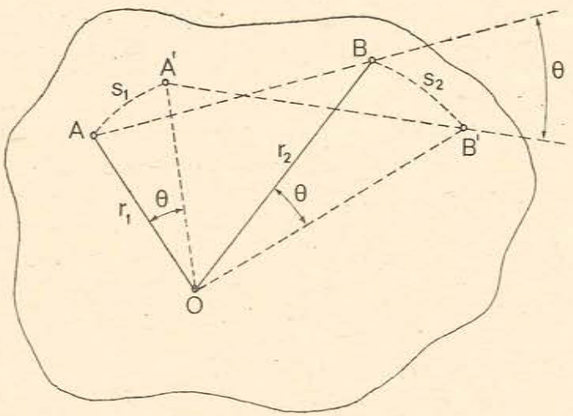
BÖLÜM

VII

DÖNME HAREKETİ

Bir elektrik motorunun indüisi (armatür) ve dönen topaç birer dönme hareketi yaparlar. Hareket halinde olan bir otomobilin tekerleği dönme hareketi yanında bir ilerleme hareketi de yapar. Bu konumuzda katı bir cismin, yalnız dönme hareketini inceleyeceğiz.

Açısal yer değiştirme ve açısal hız: O noktasından şekil düzlemine dik olarak geçen sabit bir eksen etrafında serbest dönme hareketi yapan lâlettayin biçimde bir cisim görülmektedir (Şek. 107). Cisim θ kadar döndüğünde A noktası $s_1 = r_1\theta$ kadar bir yol alır. Cisim



Şek. 107

katı bir cisim olduğuna göre, AOB açısı değişmez. O halde B noktası da $s_2 = r_2\theta$ kadar yol alır. A ve B noktaları O merkezine göre aynı açısal yer değiştirmeyi yapmalarına karşılık, bu noktaların s_1 ve s_2 çizgisel yolları aynı değildir.

Dikkatle incelenecek olursa AB doğrusu ile A'B' doğrusu arasında θ kadar bir açı meydana geldiği kolaylıkla görülür. Böylece açısal yer değiştirmeyi, katı bir cismin içinde alınan bir doğru parçasının süpürdüğü açı miktarı olarak tarif edebiliriz. Açısal yer değiştirmenin birimi **radian** olarak alınırsa, denklemler oldukça basitleşir. Katı cismin içinde alınan doğru parçasının dönme hızına da dönen cismin **açısal hızı** denir. Açısal hız, saniyede radian olarak ifade edilir.

Cismin dönme hızı sabit olursa, açısal hızı sabittir. Bu durumda açısal hız, dönülen açının bu açının dönülmesi için geçen zamana bölümüne eşittir. Açısal hızı ω, açısal yer değiştirmeyi θ ve zamanı t ile gösterirsek,

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}} \qquad (7-1) \quad \text{olur.}$$

Not: Yarıçapı r olan bir dairenin r uzunluğunda yayını gören merkez açısının değeri 1 radian'dır. Radian birimsiz bir sayıdır. Dairenin çevresi, yarıçapın 2π katına ($2\pi = 6{,}28\ldots$) eşit olduğu için bir tam dönüşte 2π ya da $6{,}28\ldots$ radian ve yahut 360^0 lik açı meydana gelir.

Açısal ivme: Dönen bir cismin hızlanması veya yavaşlaması gibi hallerde cismin açısal hızı her an değişir. Bu durumlarda cismin açısal ivmesi vardır denir. ω_1 ve ω_2 , t_1 ve t_2 zamanlarına tekabül eden ani açısal hızları ise α **ortalama açısal ivme,**

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \text{denklemi ile ifade edilir.}$$

Ani açısal ivme ise,

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\delta\omega}{\delta t} \qquad (7-2) \quad \text{dir.}$$

Açısal ivme, radian/sn^2 (= rad/sn^2) cinsinden ifade edilir.

Açısal ivme için faydalı olan diğer bir ifade de (7 — 2) denkleminin pay ve paydası $\delta\theta$ ile çarpılıp ifadenin yeniden düzenlenmesi suretiyle elde edilir.

$$\alpha = \frac{\delta\omega}{\delta t} \cdot \frac{\delta\theta}{\delta\theta} = \frac{\delta\theta}{\delta t} \cdot \frac{\delta\omega}{\delta\theta} = \omega \frac{\delta\omega}{\delta\theta} \qquad (7-3)$$

Açısal hız ve açısal ivme, çizgisel hız ve çizgisel ivmenin tam manası ile benzeridir.

Sabit açısal ivmeli dönme hareketi: İvmeli dönme hareketinin en basit olanı, açısal ivmenin sabit kaldığı dönme hareketidir. Böyle bir harekette açısal hız ve açısal yer değiştirme integral yolu ile kolayca bulunabilir.

$$\alpha = \frac{\delta\omega}{\delta t} = \text{sabit}$$

$$\int \delta\omega = \int \alpha \delta t$$

$$\omega = \alpha t + C_1$$

$t = 0$ anındaki açısal hız ω_0 ile gösterilirse integral sabitesi $C_1 = \omega_0$ olacağından,

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \qquad (7-4) \text{ denklemini yazabiliriz.}$$

$\omega = \delta\theta/\delta t$ dir.

$$\frac{\delta\theta}{\delta t} = \omega_0 + \alpha t$$

$$\int \delta\theta = \int \omega_0 \delta t + \int \alpha t \delta t$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 + C_2$$

Genel olarak C_2 integral sabitesi θ nın $t = 0$ anındaki θ_0 değeridir. O halde,

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2} \qquad (7-5) \text{ denklemi elde edilir.}$$

Açısal ivme (7 — 3) denkleminde olduğu gibi ifade edilerek integrali alınırsa,

$$\alpha = \omega \frac{\delta\omega}{\delta\theta}$$

$$\int \alpha \delta\theta = \int \omega \delta\omega + C_3$$

$$\alpha\theta = \frac{1}{2} \omega^2 + C_3.$$

$t = 0$ iken θ açısı sıfır ve başlangıç açısal hızı ω_0 ise, $C_3 = -\frac{1}{2} \omega_0$ olur. İntegral sabitesinin bu değeri yukarıdaki eşitlikte yerine konulursa

$$\alpha\theta = \frac{1}{2} \omega^2 - \frac{1}{2} \omega_0^2$$

$$2\alpha\theta = \omega^2 - \omega_0^2$$

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta} \qquad (7-6) \text{ denklemi elde edilir.}$$

(7 — 4), (7 — 5) ve (7 — 6) denklemleri, tabloda gösterildiği üzere tamamen çizgisel (doğrusal) hareketteki karşıtlarının benzeridir.

Açısal hız ile çizgisel (teğetsel) hız arasındaki bağıntı: Çizgisel hareket yapan bir katı cismin bütün maddesel noktalarının aynı çizgisel yer değiştirme miktarına, aynı çizgisel hıza ve aynı çizgisel ivmeye sahip olduklarını ifade etmiştik. Dönme hareketinde de benzer bir karekter vardır. Bütün maddesel noktalar aynı açısal yer değiştirme miktarına, aynı açısal hıza ve aynı açısal ivmeye sahiptir. Yalnız dönme hareketi yapan bir cismin üzerindeki noktaların çizgisel yer değiştirme, çizgisel hız ve ivmeleri dönme ekseninden olan uzaklıklarına göre değişik değerler alırlar. Dönme hareketi yapan katı bir cismin üzerindeki bir noktanın dönme eksenine olan uzaklığı r ise, bu noktanın çizgisel hızı;

$$v = r\omega \qquad (7-7) \text{ olur.}$$

ÖTELEME VE DÖNME HAREKETİ İLE İLGİLİ BAĞINTILAR VE BUNLAR ARASINDAKİ MÜNASEBETLER

	Öteleme hareketi	Dönme hareketi	Açıklamalar
Yer değiştirme	s	θ	$s = r\theta$
Hız	$v = \delta s/\delta t$	$\omega = \delta\theta/\delta t$	$v = r\omega$
İvme	$a = \delta v/\delta t$	$\alpha = \delta\omega/\delta t$	$a_R = r\omega^2$ $a_T = r\alpha$
Kuvvet Moment	F	Γ	$\Gamma = Fr$
İvme sabit olduğuna göre	$v = v_0 + at$ $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ $v^2 = v_0^2 + 2as$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	
Kütle atalet momenti	m	I	$I = \Sigma mr^2$
Newton'un ikinci kanunu	$F = ma$	$\Gamma = I\alpha$	
İş	$\delta\dot{I} = F\delta s$	$\delta\dot{I} = F\delta\theta$	
Güç	$G = Fv$	$G = \Gamma\omega$	
Potansiyel enerji	$E_p = mgh$		
Kinetik enerji	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	
İmpüls Momentum	$\int F\delta t$ mv	$\int \Gamma\delta t$ $L = I\omega$	

Açısal ivme ile çizigisel ivme arasındaki bağıntı: (7 — 7) denkleminin t ye göre türevlendirilmesi,

$\frac{\delta v}{\delta t} = r\frac{\delta\omega}{\delta t}$ denklemini verir.

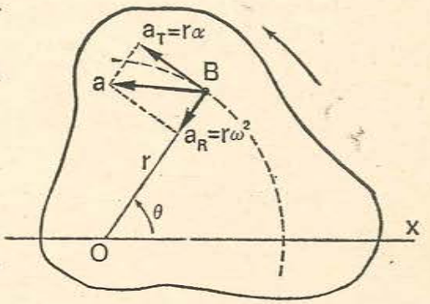
$\frac{\delta v}{\delta t}$ terimi, B noktasının teğetsel a_T ivmesine, $\frac{\delta\omega}{\delta t}$ ifadesi ise dönen cismin α açısal ivmesine eşit olduğundan, $a_T = r\alpha$ (7 — 8) eşitliğini yazabiliriz.

B noktasının ivmesinin merkezcil a_R bileşeni ise;

$a_R = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ (7 — 9) dir.

Dönme hareketi yapan bir cismin üzerinde bulunan herhangi bir B noktasının a ivmesi (Şek. 108),

$a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$ (7 — 10) olur.



Şekil 108

PROBLEMLER

7 — 1. Yarıçapı 8 cm olan bir dairenin 12 cm uzunluğundaki yayını gören merkez açısının radian olarak değeri ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ:

$r = 8$ cm

$s = 12$ cm

$\theta = ?$

$\theta = \frac{s}{r} = \frac{12\text{ cm}}{8\text{ cm}} = 1{,}5$ radian

7 — 2. Çapı 15 cm olan silindir biçimindeki bir cisim tornaya takılı olarak dakikada 420 devirle dönüyor. Silindirin yanal yüzeyindeki maddesel bir noktanın çizgisel (teğetsel) hızı ne kadardır?

ÇÖZÜMÜ:

$D = 15$ cm

$r = D/2 = 7{,}5$ cm

$f = 420/60 = 7$ devir/sn

$v = ?$

$f = \frac{\omega}{2\pi}$, $\omega = 2\pi f = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ radian/sn

$v = r\omega = 7{,}5\text{ cm} \times 44\text{ radian/sn} = 330$ cm/sn

7 — 3. Dökme demiri torna etmek için uygun teğetsel hız 55 cm/sn dir. Çapı 5 cm olan dökme demirden bir silindiri torna etmek için, bu parçanın dakikadaki dönme (devir) sayısı ne kadar olmalıdır?

ÇÖZÜMÜ: $v = 55$ cm/sn ve $r = 2{,}5$ cm olarak bilindiğine göre ω açısal hızı;

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{55\text{ cm/sn}}{2{,}5\text{ cm}} = 22$ radian/sn. dir.

Parçanın saniyedeki f devir sayısı,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{22 \text{ radian/sn}}{2 \times 22/7} = 3{,}5 \text{ devir/sn.}$$

Parçanın dakikadaki devir sayısı = 3,5 × 60 = 210 devir/dakika olmalıdır.

7 — 4. Bir tekerlek sükûnetten başlayarak düzgün bir hızlanma ile 20 saniye içinde 100 rad/sn'lik hız kazanıyor.

a) Açısal ivmeyi,

b) Tekerleğin bu süre içinde kaç defa döndüğünü bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: a) Tekerlek sükûnetten harekete başladığına göre, başlangıç açısal hızı $\omega_0 = 0$ dır.

$\omega_0 = 0$

$\omega = 100$ rad/sn

$t = 20$ sn

$\alpha = ?$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$100 \text{ rad/sn} = 0 + \alpha \times 20 \text{ sn}$$

$$\alpha = \frac{100 \text{ rad/sn}}{20 \text{ sn}} = 5 \text{ rad/sn}^2$$

b) Tekerleğin bu süre içinde açısal yer değiştirme miktarı θ olsun.

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \text{ rad/sn}^2 \times 400 \text{ sn}^2 = 1000 \text{ rad.}$$

Tekerleğin bu süre içinde dönme sayısı = $\frac{1000}{2\pi} \cong 160$

7 — 5. Başlangıç açısal hızı 10 rad/sn olan bir volan 180 radian'lık açıyı 4 saniyede dönüyor. Bu zaman sonunda volanın açısal hızı 80 rad/sn olduğuna göre, volanın sabit olan açısal ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ:

$\omega_0 = 10$ rad/sn

$\omega = 80$ rad/sn

$t = 4$ sn

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad , \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = 17{,}5 \text{ rad/sn}^2$$

veya

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\theta}$$

$\theta = 180$ radian

$\alpha = ?$

$$\alpha = \frac{6400 \text{ rad}^2/\text{sn}^2 - 100 \text{ rad}^2/\text{sn}^2}{360 \text{ rad}}$$

$$\alpha = 17{,}5 \text{ rad/sn}^2$$

7 — 6. Hava alanına inen bir uçak düzgün bir yavaşlama ile duruyor. Bu harekette uçağın bir tekerleğinin, dakikadaki devir sayısı 210 ve sabit olan açısal ivmesi 2 rad/sn² olduğuna göre;

a) Uçağın durması için gerekli zaman ne kadardır?

b) Bu süre içinde tekerlek kaç defa döner?

($\pi = 22/7$ alınız.)

ÇÖZÜMÜ: a) Uçağın yere indikten sonra durması için geçen zaman t olsun.

$$\omega_0 = \frac{210}{60} \times 2\pi \text{ rad/sn}$$

$\omega = 0$

$\alpha = 2$ rad/sn²

$t = ?$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$0 = 7\pi \text{ rad/sn} - 2 \text{ rad/sn}^2 \times t$$

$$t = \frac{7\pi}{2} = \frac{7 \times 22/7}{2} = 11 \text{ sn}$$

Not: Yavaşlayan bir hareket olduğundan, açısal ivme (—) negatif alınmıştır.

b)

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$0 = 49\,\pi^2 \text{ rad}^2/\text{sn}^2 - 2 \times 2 \text{ rad/sn}^2 \times \theta$$

$$\theta = \frac{49\pi^2}{4} \text{ radian}$$

Tekerleğin bu süre içinde dönme sayısı $= \frac{\theta}{2\pi} = \frac{49\pi^2}{8\pi} = \frac{49\pi}{8} = 19{,}25$ dir.

7 — 7. Bir tekerleğin açısal ivmesi 3 rad/sn² ve açısal hızı $\omega = 2$ rad/sn olduğuna göre, bu tekerleğin dönme ekseninden 40 cm uzaklıkta bulunan bir partikülün ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: Partikülün teğetsel çizgisel ivmesi,

$a_T = \alpha r = 3 \text{ rad/sn}^2 \times 0{,}4 \text{ m} = 1{,}2 \text{ m/sn}^2$ dir.

Partikülün merkezcil çizgisel ivmesi,

$a_R = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 4\ rad^2/sn^2 \times 0{,}4\ m = 1{,}6\ m/sn^2$ dir.

Partikülün toplam çizgisel ivmesi ise,

$a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2} = \sqrt{1{,}44 + 2{,}56} = \sqrt{4} = 2\ m/sn^2$ olarak bulunur.

7 — 8. Bir volanın atalet (eylemsizlik) momenti 400 kg . m² dir. 3 rad/sn² lik bir ivme hasıl etmek için gerekli momenti bulunuz.

ÇÖZÜMÜ :

Moment = Atalet momenti × açısal ivme

$\Gamma = I \times \alpha = 400\ kg\ .\ m^2 \times 3\ rad/sn^2 = 1200$ newton . m

7 — 9. Bir elektrik motorunun rotoru dakikada 240 devir yaparken motorun, jeneratörle ilgisi kesiliyor. Düzgün bir yavaşlama ile rotorun, dakikadaki devir sayısı 10 saniye içinde 180'e düşüyor. Motorun rotoru durmadan önce daha kaç defa döner?

ÇÖZÜMÜ : Rotorun, başlangıçtaki açısal hızı,

$\omega_0 = 2\pi f_1 = 2\pi \times \frac{240}{60} = 8\pi$ rad/sn.

Rotorun 10 saniye sonraki açısal hızı ise,

$\omega = 2\pi f_2 = 2\pi \times \frac{180}{60} = 6\pi$ rad/sn dir.

Hareketin açısal ivmesi,

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = -\left(\frac{8\pi - 6\pi}{10}\right) = -\frac{\pi}{5}$ rad/sn² dir.

$\omega = 6\pi$ rad/sn'lik açısal hıza sahip olan rotorun, duruncaya kadar açısal yer değiştirme miktarı;

$\omega_1^2 = \omega^2 + 2\alpha\theta$

$0 = \omega^2 + 2\alpha\theta$

$\theta = -\frac{\omega^2}{2\alpha} = \frac{36\pi^2\ rad^2/sn^2}{2\pi/5\ rad/sn^2} = 90\pi$ rad. olur.

Devir (dönme) sayısı $= \frac{\theta}{2\pi} = \frac{90\pi}{2\pi} = 45$

Demek ki, motorun rotoru durmadan önce daha 45 defa döner. Motorun jeneratörle ilgisi kesildikten sonra rotoru, $t + t_1 = 10 + 30 = 40$ saniye sonra durur.

Not : $\omega_1 = \omega + \alpha t_1$,$0 = 6\pi - \frac{\pi}{5} t_1$, $t_1 = 30$ sn.

7 — 10. Yarıçapı r = 5 cm olan dolu metal bir küre, yüksekliği h = 2 metre olan bir eğik düzlemin tepesinden bırakılıyor. Aşağıya doğru yuvarlanarak inen kürenin, eğik düzlemin tabanına geldiğinde çizgisel ve açısal hızı ne kadar olur? (Kürenin sürtünme dolayısiyle enerji kaybetmediğini kabul ediniz. İçi dolu kürenin eylemsizlik momenti $I = \frac{2}{5} mr^2$ dir.)

ÇÖZÜMÜ : Enerjinin korunumu prensibine göre;

$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$ (1) eşitliğini yazabiliriz.

$\omega = v/r$ (2) dir.

(1) eşitliğinde I ve ω'nın değerleri yerlerine konulursa,

$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$

$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{5} mv^2$

$gh = \frac{v^2}{2} + \frac{v^2}{5}$ (3) eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten v hızı;

$gh = \frac{7v^2}{10}$, $v^2 = \frac{10}{7} gh$, $v = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$

$v = \sqrt{\frac{10 \times 9{,}8\ m/sn^2 \times 2m}{7}} \simeq 5{,}3$ m/sn olarak bulunur.

(2) eşitliğinden de ω açısal hızı bulunur.

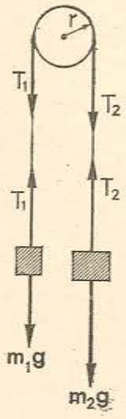
$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5{,}3\ m/sn}{0{,}05\ m} = 106$ rad/sn.

7 — 11. Yarıçapı r = 2 cm ve kütlesi 150 gram olan bir makaranın boğazından geçirilen ağırlıksız bir ipin bir ucuna kütlesi $m_1 = 2$ kg öteki ucuna kütlesi $m_2 = 2{,}5$ kg olan cisimler asılmıştır (Şek. 109). Sistem serbest bırakıldığında,

a) Sistemin ivmesi,

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilme kuvvetleri ne kadar olur?

(İpin, makara üzerinde kaymadan hareket ettiğini kabul ediniz.)



Şek. 109

ÇÖZÜMÜ: a) Makaranın açısal ivmesi α ve cisimlerin çizgisel ivmesi a olsun.

$a = r\alpha$ (1) dır.

Makaraya ivme verecek olan momentin olması için, makaranın her iki tarafındaki iplerdeki gerilmelerin farklı olması gerekir.

Newton'un ikinci kanununa göre,

$$m_2g - T_2 = m_2a \qquad (2)$$

$$(T_2 - T_1)\, r = I\alpha = I\,\frac{a}{r} \qquad (3)$$

$$T_1 - m_1g = m_1a \qquad (4)$$ eşitliklerini yazabiliriz.

I, makaranın atalet momenti olup $I = \frac{1}{2} Mr^2$ dir.

Bu değer (3) eşitliğinde yerine konularak (2), (3) ve (4) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$T_2 - T_1 = I\,\frac{a}{r^2} = \frac{1}{2} Mr^2 \left(\frac{a}{r^2}\right) = \frac{1}{2} Ma$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2}\ 0{,}150 \text{ kg} \times a$$

$$2{,}5 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}^2 - T_2 = 2{,}5 \text{ kg} \times a$$

$$T_1 - 2 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/sn}_2 = 2 \text{ kg} \times a$$

$$0{,}5 \times 9{,}8 \text{ kg . m/sn}^2 = 4{,}575 \text{ kg} \times a \qquad (5)$$ eşitliği elde edilir.

Bu eşitlikten cisimlerin a ivmesi,

$a = 1{,}07$ m/sn² olarak bulunur.

b) İplerdeki T_1 ve T_2 gerilme kuvvetleri (2), (4) denklemlerinden ve açısal ivme ise (1) denkleminden bulunur.

$T_1 = 21{,}74$ nt , $T_2 = 21{,}82$ nt

$\alpha = 53{,}5$ rad/sn².

7 — 12. Rotorunun atalet (eylemsizlik) momenti 1,1 kg . m² olan bir elektrik motorunun gücü 2 h . p (= 2 × 746 watt) dır. Dakikada 1800 devir yapmakta iken motorun jeneratörle ilgisi kesiliyor. Motorun rotorunun duruncaya kadar kaç defa döneceğini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: Motorun, jeneratörle ilgisi kesildiğinde rotorun açısal hızı ω_0,

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \times \frac{1800}{60} = 60\pi \text{ rad/sn'dir.}$$

sayfa 164'deki tabloya bakınız.

Güç = Kuvvet × Hız

$G = \Gamma v$ (1)

$G = \Gamma\omega_0$ (2)

$\Gamma = I\alpha$ (3) eşitliklerini yazabiliriz.

(2) eşitliğinden Γ momenti,

$$\Gamma = \frac{G}{\omega_0} = \frac{2 \times 746}{60\pi} \cong \frac{24{,}9}{\pi}$$ dir. Bu değer (3) eşitliğinde yerine konularak rotorun α açısal ivmesi,

$$\alpha = \frac{\Gamma}{I} = \frac{24{,}9/\pi}{1{,}1} = \frac{24{,}9}{3{,}14 \times 1{,}1} = 7{,}2 \text{ rad/sn}^2$$ olarak bulunur.

Hareket yavaşlayan bir hareket olduğundan açısal ivme (—) negatif alınarak açısal yer değiştirme miktarı,

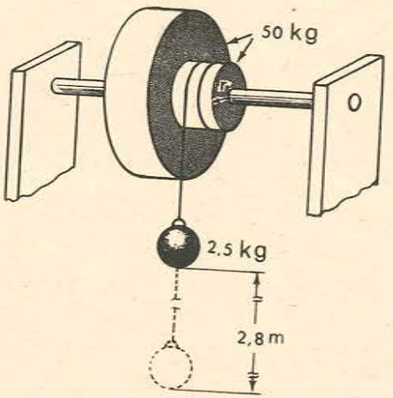
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$0 = (60\pi)^2 - 2 \times 7{,}2\theta$$

$$\theta = \frac{3600\,\pi^2}{2 \times 7{,}2} \text{ rad.} = 250\,\pi^2 \text{ rad. ve}$$

$$\text{Dönme sayısı} = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{250\pi^2}{2\pi} = 125 \times \pi = 125 \times 3{,}14 = 392{,}5 \text{ olur.}$$

7 — 13. Bir kasnak sisteminin toplam kütlesi M = 50 kg'dır (Şek. 110). Ağırlıksız ipin sarılmış olduğu kısmın yarıçapı r = 5 cm ve ipin ucuna asılı bulunan küre biçimindeki cismin kütlesi m = 2,5 kg'dır. Kasnak sistemi bilyalı yatak içinde dönebilen ve ağırlığı ihmal edilebilecek kadar az yatay bir eksene tesbit edilmiştir. Aşağıya doğru sükûnetten harekete geçen küre, 7 saniyede 2,8 metre yol aldığına göre,



Şek. 110

a) Dönen sistemin atalet (eylemsizlik) momentini,

b) Yataklardaki p_1 ve p_2 tepkilerinin toplamını bulunuz.

(Bilyalı yataklardaki sürtünmeleri önemsemeyiniz.)

ÇÖZÜMÜ: a) Küre biçimindeki cismin çizgisel ivmesi,

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \times 2{,}8\ \text{m}}{49\ \text{sn}^2} = 0{,}114\ \text{m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Küre biçimindeki cismin hareketini sağlayan bileşke kuvvet mg — T dir. Newton'un ikinci kanununa göre,

$mg - T = ma$ (1) eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten ipi geren T kuvveti,

$T = mg - ma = 2{,}5\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 - 2{,}5\ \text{kg} \times 0{,}114\ \text{m/sn}^2 = 24{,}2\ \text{nt}$ olarak bulunur.

Bu kuvvetin dönme momenti,

$\Gamma = Tr = 24{,}2\ \text{newton} \times 0{,}05\ \text{m} = 1{,}21\ \text{m . nt}$ olur.

Sistemin açısal ivmesi ise,

$$a = r\alpha \quad , \quad \alpha = \frac{a}{r} = \frac{0{,}114\ \text{m/sn}^2}{0{,}05\ \text{m}} = 2{,}28\ \text{rad/sn}^2 \text{ dir.}$$

$\Gamma = I\alpha$ bağıntısını hatırlıyarak Γ ve α bilindiğine göre I bulunur.

$$I = \frac{\Gamma}{\alpha} = \frac{1{,}21\ \text{m . nt}}{2{,}28\ \text{rad/sn}^2} = 0{,}532\ \text{kg . m}^2$$

b) $P_1 + P_2 = Mg + T$ dir. Sayısal değerler yerlerine konulursa,
$P_1 + P_2 = 50\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 + 24{,}2\ \text{nt} = 514{,}2\ \text{nt}$ olarak bulunur.

7 — 14. Bir volan sükûnetten harekete geçiyor ve 5 saniye müddetle 6 rad/sn² lik sabit bir açısal ivmeye sahip bulunuyor.

a) Volanın bu süre sonundaki açısal hızını,

b) 5 saniyede dönülen açıyı bulunur.

CEVAP: a) 30 rad/sn , b) 75 rad.

7 — 15. Önce sükûnette bulunan bir bisiklet tekerleği 4 saniye içinde 8 rad/sn lik bir açısal hıza ulaşıncaya kadar düzgün olarak hızlandırılıyor.

a) Açısal ivmeyi,
b) Bu süre içinde dönülebilen açıyı bulunuz.

CEVAP: a) 2 rad/sn² , b) 16 rad.

7 — 16. Çapı 90 cm olan içi dolu bir silindirin ağırlığı 49 kgf'tir. Bu silindir 3 m/sn'lik bir çizgisel hızla bir yüzey üzerinde yuvarlanıyor.

a) Silindirin, dönme kinetik enerjisini,
b) Toplam kinetik enerjisini bulunuz.

(Dolu silindirin eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{2} mr^2$ **dir.)**

CEVAP: a) 11,25 kgm , b) 33,75 kgm.

7 — 17. Yarıçapı 2 cm olan içi dolu bir silindirin kütlesi 0,3 kg'dır. Bu silindir yatayla 30^0 lik açı yapan 14,7 m uzunluğundaki bir eğik düzlemin tepesinden bırakılıyor ve silindir yuvarlanarak aşağıya doğru iniyor.

a) Silindir, eğik düzlemin tabanına ne kadar zaman sonra ulaşır?

b) Silindirin, tabana ulaştığında açısal hızı ve dönme enerjisi ne kadar olur?

(Sürtünmeden dolayı enerji kaybı olmadığını kabul ediniz. İçi dolu silindirin eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{2} mr^2$ dir.)

CEVAP: a) 3 sn , b) 490 rad/sn , 7,203 joule.

7 — 18. Düzgün içi dolu metal bir küre, yatayla 30^0 lik açı yapan pürüzlü bir eğik düzlemin tepesinden bırakılıyor. Kayma olmaksızın yuvarlanarak aşağıya doğru inen kürenin ivmesini bulunuz. (İçi dolu kürenin eylemsizlik momenti $I = \frac{2}{5} mr^2$ dir.)

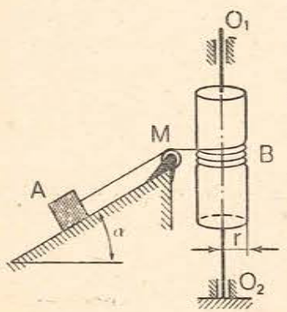
Yol gösterme: Kayma olmadığına göre, sürtünmeye karşı cisim, iş yapmış olmaz. Dolayısiyle sürtünmeden dolayı enerji kaybının olmadığını kabul ediniz.

CEVAP: 3,5 m/sn^2

7 — 19. Eksenden 1 cm uzaklıkta bulunan bir noktanın merkezcil ivmesi 300000 g (yer ivmesinin 300000 katı) olacak şekilde dönen bir ultra santrifüzün dakikadaki dönme sayısını bulunuz.

CEVAP: $\simeq$ 164000

7 — 20. Yatayla α açısı yapan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde ağırlığı W olan bir A cismi bulunmaktadır (Şek. 111). Silindire sarılı bulunan uzayamaz, ağırlıksız ipin bir ucu sürtünmesiz M makarasından geçirilerek bu cisme bağlanmıştır. İçi dolu, homojen silindirin ağırlığı W_1 ve yarıçapı r dir. Sistem serbest bırakıldığında A cismi aşağıya doğru hareket ediyor. Silindirin açısal ivmesini veren bağıntıyı bulunuz.



Şek. 111

(Makaranın ağırlığını ihmal ediniz. İçi dolu silindirin eylemsizlik momenti $I = \frac{W_1}{2g} r^2$ dir.)

CEVAP: (Silindirin açısal ivmesi) $\varepsilon = \frac{2Wg \sin\alpha}{r\,(2W + W_1)}$

BÖLÜM

VIII

BASİT HARMONİK HAREKET (BHH)

Bir cismin, sabit bir nokta etrafında ileri - geri hareketine titreşim hareketi denir. Bu bölümde titreşim hareketlerinin en basit tipi olan basit harmonik hareketi inceleyeceğiz. Bir yayın ucuna asılan bir cismin hareketi, küçük genliklerle salınan sarkacın hareketi ve bir saatın balâns çarkının hareketi yaklaşık olarak birer basit harmonik harekettir.

Basit harmonik hareket yapan bir cismin ivmesi, cismin yerdeğiştirme miktarı ile orantılıdır ve yerdeğiştirme ile zıt yönlüdür.

Bu hareketin (BHH) incelenmesinde tarif edilmesi gerekli terimlerin bilinmesi bize kolaylık sağlar.

1. **Yerdeğiştirme (uzanım):** Hareketi yapan parçacığın denge konumundan olan uzaklığıdır. Bağıntılarımızda bunu y veya x ile göstereceğiz.

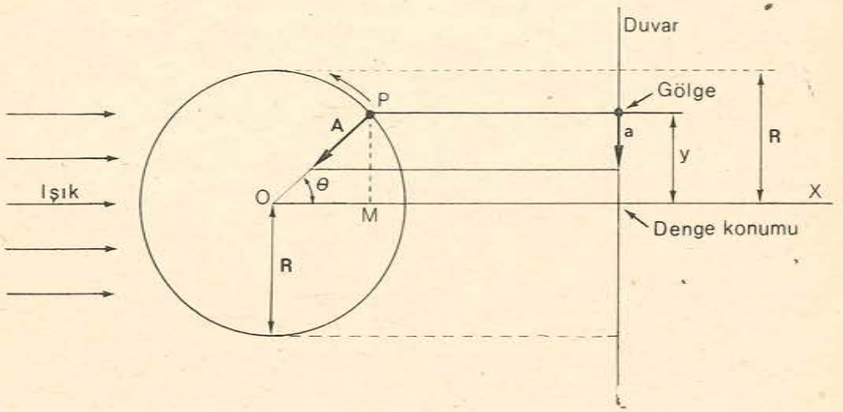
2. **Genlik:** Yerdeğiştirmenin maksimum değeridir. Bağıntılarımızda R ile göstereceğiz. Bazı kitaplarda genlik, A ile gösterilmiştir.

3. **Hareketin devir süresi (periyodu):** BHH yapan parçacığın aynı bir noktadan aynı yöne doğru ard arda iki defa geçmesi arasında geçen zamana, diğer bir deyimle hareketin tam bir salınımı için geçen zamana denir. Hareketin periyodunu T ile göstereceğiz.

4. **Hareketin frekansı:** Birim zamanda yapılan tam salınımların sayısıdır. Periyodu T olan basit harmonik hareketin frekansı,

$$f = \frac{1}{T} \text{ dir.}$$

Basit harmonik hareketle uzanımı, genliği, frekansı ve ivmeyi birbirlerine bağlıyan bağıntıları kurmak için, düzgün dairesel hareket yapan bir cismin gölgesinin basit harmonik hareket yapması gerçeğinden faydalanacağız. Düşey bir dairenin çevresinde düzgün hızla hareket eden



Şek. 112

bir cismi gözönüne alalım (Şek. 112). Bu cismin soldan gelen bir ışık demeti yardımı ile sağdaki duvar üzerine düşmüş olan gölgesini düşünelim. Bu gölge, partikül daire etrafında sabit hızla döndükçe, yukarı aşağı hareket eder. Referans dairesi diye adlandırdığımız bu dairenin yarıçapı R ve 0P ile 0X referans çizgisi arasındaki açı θ olsun. Bu gölgenin denge konumundan olan yerdeğiştirmesi,
PM = y = R sin θ olur.

P partikülünün dairenin merkezine doğru yönelmiş ivmesi A, gölgenin duvar üzerindeki ivmesi a olsun. A ivmesi;

$A = \frac{V^2}{R}$ dir. V partikülün hızıdır ve a ivmesi A'nın düşey bileşeni dir. Buna göre,

$a = A \sin\theta = -A\frac{y}{R} = -\frac{V^2}{R^2}y$ **olur.**

Hareket esnasında V ve R değerce değişmediği için V^2/R^2 sabittir. O halde gölgenin ivmesi, yerdeğiştirme ile orantılıdır ve yerdeğiştirme ile zıt yöndedir. Bu sonuç gölgenin basit titreşim hareketi yaptığı gerçeğini ortaya koyar.

Bir titreşim hareketinin bütün karakteristiklerinden, ölçülmesi en kolay olanı periyodudur. Bunun için ivmeye ait bağıntımızı bu kemiyet cinsinden yeniden yazalım. T periyodu, partikülün referans dairesi üzerinde bir dönme yapması için geçen zaman olduğuna göre,

$T = \frac{2\pi R}{V}$ ve $\frac{V^2}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ eşitliklerini yazabiliriz.

$\frac{V^2}{R^2} = -\frac{a}{y}$ olduğundan,

$a = -\frac{4\pi^2}{T^2}y$ (8 — 1) olur.

Frekans f ile gösterilirse, (8 — 1) denklemi,

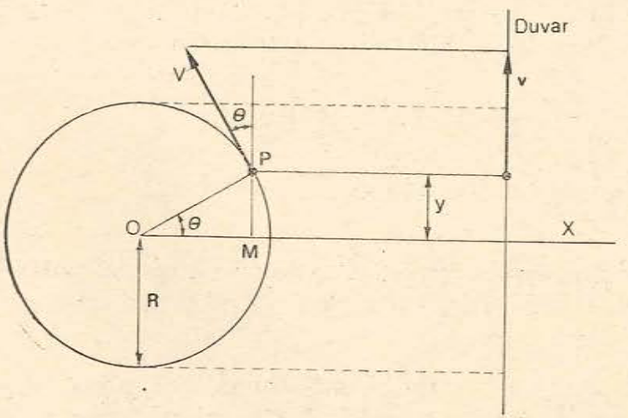
$a = -4\pi^2 f^2 y$ (8 — 2) şeklinde ifade edilir.

(8 — 1) eşitliğinden T periyodu,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{-y}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{-\text{yerdeğiştirme}}{\text{ivme}}}$ (8 — 3) olarak bulunur.

Yerdeğiştirme ile ivme işaret bakımından zıt olduğundan kare kök işareti altındaki kemiyet daima pozitiftir.

Basit harmonik hareketi yapan bir cismin hem ivmesi ve hem de hızı daimi olarak değişir. Verdiğimiz örnekte gölgenin hızı, sıfırla referans dairesi üzerindeki partikülün V hızı arasında değişir. (Şek. 113) den basit titreşim hareketi yapan gölgenin v hızı,



Şek. 113

(8-4)

$$v = V\cos\theta = V\,\frac{\sqrt{R^2-y^2}}{R} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{R^2-y^2} = 2\pi f\sqrt{R^2-y^2}$$

(8—4) olur.

Bir gölge basit harmonik hareket yaptığı vakit tabiatiyle, gölge üzerine bir kuvvetin etkisi söz konusu olmaz. Fakat bir sarkaç yuvarlağı gibi bir kütle bu hareketi yaparsa ivmeyi hasıl etmek için dengelenmemiş bir kuvvetin var olması gerekir. Newton'un ikinci kanununa göre bu kuvvet;

$$F = ma = -m\,\frac{4\pi^2}{T^2}\,y = -4\pi^2 f^2 y \qquad (8-5)\text{ olur.}$$

Kuvvetle, yer değiştirme doğru orantıdır fakat zıt yönlüdür. $k = -F/y$ oranına **kuvvet sabitesi** denir. Negatif işareti kuvvetin, yerdeğiştirme ile zıt yönlü olduğunu ifade eder.

(8—5) bağıntısından periyot ifadesi,

$$F = -m\,\frac{4\pi^2}{T^2}\,y \quad , \quad T = 2\pi\sqrt{-\frac{my}{F}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (8-6)$$

olur.

Basit sarkaç: Sabit bir noktaya ağırlıksız ve uzunluğu değişmeyen iple asılmış küçük bir kütleye **basit sarkaç** denir. Basit sarkaç küçük salınım açıları için basit harmonik harekete çok yakın bir hareket yapar. Basit sarkacın periyod ifadesi;

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (8-7)\text{ dir.}$$

Bağıntıdan görüleceği üzere, sarkacın l boyu ne kadar uzun olursa periyodu da o kadar büyük olur. Yer çekimi ivmesi arttıkça sarkacın periyodu küçülür.

Bileşik sarkaç: Ağırlık merkezinden geçmiyen yatay bir eksen etrafında kendi ağırlığının etkisi altında salınabilen katı bir cisme **bileşik sarkaç** denir.

Bileşik sarkacın periyod ifadesi;

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad (8-8)\text{ dir.}$$

m = Bileşke sarkacın kütlesi

h = Katı cismin ağırlık merkezinin yatay eksene olan uzaklığı

g = Yer çekimi ivmesi

I = Cismin atalet (eylemsizlik) momenti.

Bir cismin kütle merkezinden geçen eksenine göre atalet momenti biliniyorsa, buna paralel başka bir eksene göre atalet momenti,

$I = I_0 + mh^2$ (8—9) bağıntısından bulunabilir.

I_0 = Cismin, kütle merkezinden geçen eksenine göre atalet momenti

m = Cismin kütlesi

h = Paralel iki eksen arasındaki uzaklıktır.

TABLO : 8—1

Sabit ivmeli doğrusal hareket	**Basit harmonik hareket**
a = sabit	$a = -\omega^2 y$ $a = -\omega^2 R\sin(\omega t + \theta_0)$
$v^2 = v_0^2 + 2as$ $v = v_0 + at$	$v = \pm\,\omega\sqrt{R^2-y^2}$ $v = \omega R\cos(\omega t + \theta_0)$
$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$y = R\sin(\omega t + \theta_0)$
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{k/m}$, $\sin\theta_0 = \frac{y_0}{R}$	

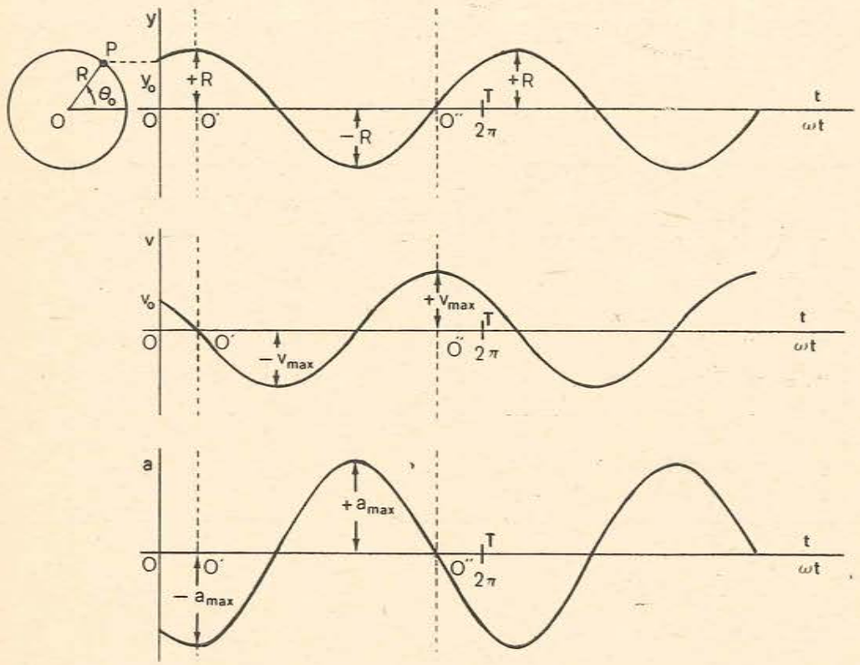
ω = Çarpıntı (pülsasyon)

$\omega t + \theta_0$ = Faz açısı

θ_0 = Başlangıçtaki faz açısı
y_0 = Başlangıçtaki yerdeğiştirme (uzama)

Basit harmonik hareket, sabit doğrusal hareketle tablo (8 — 1) de karşılaştırılmıştır.

Basit harmonik hareket yapan bir cismin grafiği (Şek. 114) görülmektedir. Başlangıç koordinatı y_0 ve başlangıç hızı v_0 olarak alınmıştır. θ_0 açısı ise $\pi/4$ radiana eşit alınmıştır. Her eğri, ωt açısının 2π rad. kadar arttığı T periyodu ile tekrar edilmektedir. Cisim yörüngenin uçlarında bulunduğu zaman, yani y koordinatı (uzanım) pozitif veya negatif maksimum ($\pm R$) değerini aldığı zaman hızın, sıfır olduğuna ivmenin ise, maksimum artı veya eksi ($\pm a_{max}$) değere ulaştığına dikkat ediniz. Ayrıca cisim denge konumundan ($y = 0$) geçerken hızın, artı veya eksi ($\pm v_{max}$) maksimum değer aldığına ivmenin ise, sıfır olduğuna dikkat ediniz.



Şek. 114

Cisim, uçlardan birinde bulunduğu zaman $t = 0$ alırsak hareketin denklemleri basit bir hal alır. $y_0 = +R$ için $t = 0$ alınırsa,

$y_0 = +R$, $\sin\theta_0 = 1$, $\theta_0 = \pi/2$ olur. Bu durumda uzanım hız ve ivme denklemleri,

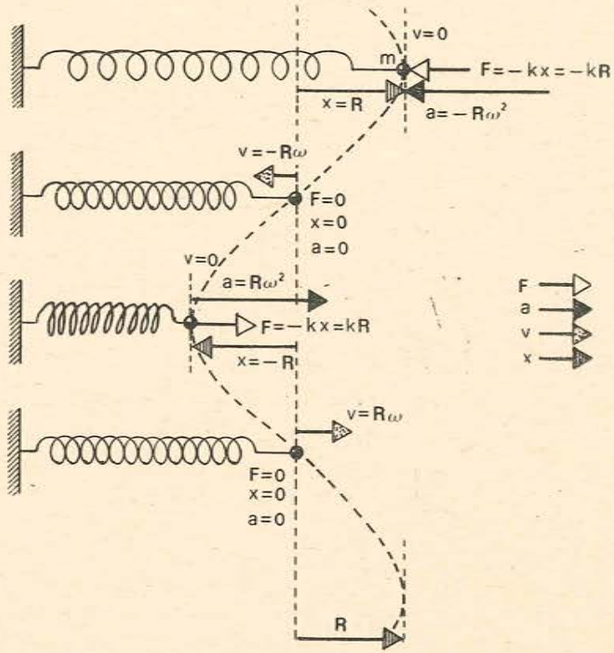
$$y = R\sin(\omega t + \theta_0) = R\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = R\cos\omega t$$

$v = -\omega R\sin\omega t$
$a = -\omega^2 R\cos\omega t$ (8 — 10) olur.

Bu hal (Şek. 114) deki başlangıç noktasını 0 dan 0′ ye taşımayı ifade eder. t ye bağlı olarak y grafiği kosinüs, v grafiği negatif sinüs, a grafiği de negatif kosinüs eğrisi olur.

Partikül, denge konumundan yukarıya doğru hareket ederken $t = 0$ alınırsa,

$y_0 = 0$, $\sin\theta_0 = 0$ ve $\theta_0 = 0$ olacağından
$y = R\sin\omega t$
$v = \omega R\cos\omega t$
$a = -\omega^2 R\sin\omega t$ (8 — 11) denklemleri elde edilir. Bu hal (Şek. 114) deki başlangıç noktasını 0″ götürmeye tekabül eder.



Şek. 115. Basit harmonik hareket yapan bir cismin hızı, ivmesi ve bu cisme etki eden kuvvetin değeri uzanıma göre değişir. Yerdeğiştirme (uzanım), kuvvetle doğru orantılıdır ve fakat zıt yönlüdür.

PROBLEMLER

8 — 1. Bir yayın ucuna asılı olan bir cisim, 3 saniye içinde 12 tam titreşim yaptığına göre,

a) Hareketin periyodunu,

b) Hareketin frekansını bulunuz.

ÇÖZÜMÜ: a) Periyod, tam bir titreşim için gerekli zaman olduğundan,

$$T = \frac{3 \text{ sn}}{12 \text{ tam titreşim sayısı}} = \frac{1}{4} \text{ saniye}$$

b) Frekans, birim zamanda yapılan tam titreşimlerin sayısıdır. O halde,

$$f = \frac{12 \text{ tam titreşim sayısı}}{3 \text{ sn}} = 4 \text{ titreşim/sn.}$$

Hareketin frekansını $f = 1/T$ bağıntısından da bulabiliriz.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1/4 \text{ saniye}} = 4 \text{ titreşim/sn.}$$

8 — 2. BHH yapan bir partikül 10 cm'lik bir doğru parçası çiziyor. Hareketin periyodu 0,25 saniyedir.

a) Yerdeğiştirme y = 5 cm,

b) Yerdeğiştirme y = 3 cm,

c) Yerdeğiştirme y = 0 cm olduğu zaman partikülün ivmesi ve hızı ne kadar olur?

ÇÖZÜMÜ: a) Hareketin genliği $R = 10/2 = 5$ cm'dir. Bu durumda $y = R = 5$ cm olduğundan partikül, denge konumundan en uzak noktada (uçlarda) bulunuyor demektir. Bu noktada partikülün ivmesi maksimum değer alır, hızı ise sıfırdır.

$$a_{max} = -\frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{4 \times 3{,}14^2}{(0{,}25 \text{ sn})^2} \times 0{,}05 \text{ m} = 31{,}6 \text{ m/sn}^2$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{R^2 - y^2} = \frac{2 \times 3{,}14}{0{,}25 \text{ sn}} \times 0 = 0$$

b) $$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} y = \frac{4 \times 3{,}14^2}{(0{,}25 \text{ sn})^2} \times 0{,}03 \text{ m} = 19 \text{ m/sn}^2$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{R^2 - y^2} = \frac{2 \times 3{,}14}{0{,}25 \text{ sn}} \sqrt{(0{,}05 \text{ m})^2 - (0{,}03 \text{ m})^2} = 1 \text{ m/sn.}$$

c) Yerdeğiştirme $y = 0$ olduğunda partikül, denge konumundan geçiyor demektir. Bu durumda partikülün ivmesi sıfır, hızı ise maksimum değerdedir.

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} y = \frac{4 \times 3{,}14^2}{(0{,}25 \text{ sn})^2} \times 0 = 0$$

$$v_{max} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{R^2 - y^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{R^2 - 0} = \frac{2\pi}{T} R = \frac{2 \times 3{,}14}{0{,}25 \text{ sn}} \times 0{,}05 \text{ m}$$

$v_{max} = 1{,}25$ m/sn.

8 — 8. Uzanım denklemi, C.G.S. birimleriyle $y = 5 \sin 314\, t$ şeklinde olan basit harmonik hareketin,

a) Genliğini, çarpıntısını, periyodunu bulunuz.

b) Hareketin hız ve ivme denklemlerini yazınız.

c) Bu hareketle zıt fazlı olan başka bir BHH'tin uzanım denklemini yazınız. ($\pi = 3{,}14$ olarak alınız.)

ÇÖZÜMÜ: a) Uzanım denklemi verilen basit harmonik hareketin genliği 5 cm, çarpıntısı 314 rad/sn, periyodu ise;

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3{,}14}{314} = \frac{1}{50} \text{ saniye'dir.}$$

b) Hareketin hız denklemi,

$$v = \frac{\delta y}{\delta t} = R\omega \cos \omega t = 5 \times 314 \cos 314\, t = 1570 \cos 314\, t$$

Hareketin ivme denklemi ise,

$$a = \frac{\delta v}{\delta t} = -R\omega^2 \sin \omega t = -492980 \sin 314\, t \text{ dir.}$$

c) Verilen hareketle zıt fazlı olan hareket arasında zaman olarak $\mp T/2$ kadar faz farkı olacağından,

$$y' = 5 \sin 314 \left(t \mp \frac{T}{2} \right) \text{ dir.}$$

Parantez içindeki işaretin — oluşu, ikinci hareketin birinciden geride, + oluşu ise, ileride bulunduğunu gösterir.

8 — 4. BHH yapan bir partikül 8 cm'lik bir doğru parçası çiziyor. Hareketin periyodu 0,2 saniyedir. t = 0 anında partikül, denge konumundan pozitif maksimum uzaklıkta bulunmaktadır.

a) Hareketin uzanım denklemini yazınız.

b) t = 0 anında partikülün ivmesini hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ : a) Hareketin genliği R = 8/2 = 4 cm'dir. t = 0 anında $y_0 = +R$ olduğuna göre başlangıç faz açısı;

$\sin\theta_0 = y_0/R$, $\sin\theta_0 = 1$, $\theta_0 = \pi/2$ olur.

$\omega = 2\pi/T = 2\pi/0{,}2 = 10\pi$ rad/sn olarak bilindiğine göre hareketin uzanım denklemi;

$$y = R\sin(\omega t + \theta_0) = R\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = R\cos\omega t = 4\cos 10\pi t \text{ dir.}$$

b) Hareketin hız ve ivme denklemleri;

$$\frac{\delta y}{\delta t} = v = -R\omega\sin\omega t \qquad (1)$$

$$\frac{\delta v}{\delta t} = a = -R\omega^2\cos\omega t \qquad (2) \text{ dir.}$$

$t = 0$

$\cos\omega t = 1$

t = 0 anında partikülün ivmesi;

$a = -R\omega^2\cos\omega t = -4\text{ cm} \times 100\,\pi^2\text{ rad}^2/\text{sn}^2 \times 1 = -3943{,}84\text{ cm/sn}^2$ olur.

8 — 5. BHH yapan bir cismin kütlesi 2 gramdır. Cisim denge konumundan 5 cm uzaklaştığında ivmesi — 20 cm/sn² oluyor. Hareketin genliği 8 cm olduğuna göre,

a) Hareketin periyodunu,

b) Hareketi sağlayan kuvvetin maksimum değerini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : a) y = 5 cm ve a = 20 cm/sn² olarak bilindiğine göre hareketin açısal frekansı (pülsasyonu),

$$a = -\omega^2 y \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{a}{y}} = \sqrt{\frac{20\text{ cm/sn}^2}{5\text{ cm}}} = 2\text{ rad/sn dir.}$$

Hareketin periyodu,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi\text{ sn} = 3{,}14\text{ sn olur.}$$

b) Hareketi sağlayan kuvvetin maksimum değeri;

$F_{max} = ma_{max}$ (1) denkleminden bulunabilir.

$a_{max} = -\omega^2 R$ dir. Bu değer (1) eşitliğinde yerine konularak F_{max};

$F_{max} = -m\omega^2 R = -2\text{ gr} \times 4\text{ rad}^2/\text{sn}^2 \times 8\text{ cm} = -64$ dyne olarak bulunur.

Not : Kuvvetle yer değiştirme doğru orantılıdır ve fakat zıt yönlüdür.

8 — 6. Kütlesi 500 gram olan bir cisim bir yayın ucuna asılınca yay 7 cm uzuyor. Denge konumunda bulunan cisim, aşağıya doğru 3 cm çekiliyor ve cisme aşağıya doğru 40 cm/sn'lik hız verilerek basit harmonik hareket başlatılıyor. Hareektin frekans ve genliğini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ : Yayın kuvvet sabitesi,

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{500\text{ gr} \times 980\text{ cm/sn}^2}{7\text{ cm}} = 70000\text{ dyne/cm dir.}$$

Hareketin frekansı ise;

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \times 11{,}8 = 1{,}88\text{sn olarak bulunur.}$$

Denge konumu referans düzeyi olarak alınarak cismin toplam enerjisi,

$$\text{Toplam enerji} = \frac{1}{2}ky_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 70000\text{ dyne/cm} \times 9\text{ cm}^2 + \frac{1}{2} \times 500\text{ gr} \times 1600\text{ cm}^2/\text{sn}^2$$

$E = 315000\text{ erg} + 400000\text{ erg}$

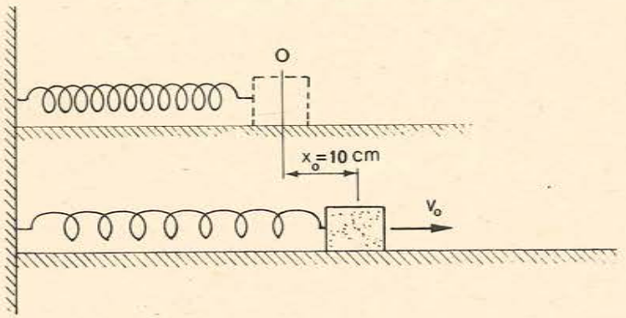
$E = 715000$ erg'tir.

Toplam enerji, uzanımın genliğe eşit olması halinde esneklik potansiyel enerjisine eşit olacağından,

$\frac{1}{2}kR^2 = 715000$ eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten hareketin genliği bulunur.

$$R^2 = \frac{2 \times 715000}{70000} \quad , \quad R \cong 4{,}5\text{ cm}$$

8 — 7. Kuvvet sabitesi k = 400 dyne/cm olan bir yayın ucuna bağlı bulunan ve kütlesi m = 25 gram olan bir cisim, yatay sürtünmesiz bir düzlem üzerinde bulunmaktadır (Şek. 116). Sağa doğru 10 cm çekilerek cisme, sağa yönlü 40 cm/sn'lik hız verilmek suretiyle başlatılan basit harmonik hareketin,



Şek. 116

a) T periyodunu,

b) f frekansını,

c) ω açısal frekansını (çarpıntısını),

d) Cismin toplam enerjisini,

e) R genliğini,

f) θ_0 başlangıç faz açısını,

g) Cismin maksimum hızını,

h) Cismin maksimum ivmesini,

i) Cismin, harekete başladıktan π/8 zaman sonraki uzanımını, hızını ve ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜMÜ :

a) $T = 2\pi \sqrt{m/k} = 2\pi \sqrt{\dfrac{25 \text{ gr}}{400 \text{ dyne/cm}}} = \dfrac{\pi}{2} = 1{,}57$ sn.

b) $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{2}{\pi} = 0{,}637$ titreşim/sn.

c) $\omega = 2\pi f = 2\pi \times \dfrac{2}{\pi} = 4$ rad/sn.

d) $E = \dfrac{1}{2} mv_0^2 + \dfrac{1}{2} kx_0^2$

$E = \dfrac{1}{2} \times 25 \text{ gr} \times 1600 \text{ cm}^2/\text{sn}^2 + \dfrac{1}{2} \times 400 \text{ dyne/cm} \times 100 \text{ cm}^2$

$E = 40000$ erg

e) $R = \sqrt{2E/k} = 10\sqrt{2}$ cm

f) $\sin\theta_0 = \dfrac{x_0}{R} = \dfrac{10}{10\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $\theta_0 = 45^0$, $\theta_0 = \pi/4$ rad.

g) $v_{max} = \omega R = 4$ rad/sn $\times 10\sqrt{2}$ cm $= 40\sqrt{2} = 56{,}6$ cm/sn

h) $a_{max} = \omega^2 R = 160\sqrt{2}$ cm/sn²

i) BHH'te uzanım, hız ve ivmenin genel denklemleri;

$x = R \sin(\omega t + \theta_0)$

$v = \omega R \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -\omega^2 R \sin(\omega t + \theta_0)$ dir.

$t = \pi/8$ için $(\omega t + \theta_0)$ faz açısı,

$4t + \dfrac{\pi}{4} = 4 \times \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{4}$ rad. $= 135^0$ dir.

Not : $\sin 135^0 = \sin(180^0 - 135^0) = \sin 45^0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 135^0 = -\cos(180^0 - 135^0) = -\cos 45^0 = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$R = 10\sqrt{2}$ ve faz açısı bilindiğine göre, yukarıdaki genel denklemlerden x, v ve a;

$x = 10\sqrt{2} \sin 135^0 = 10\sqrt{2} \sin 45^0 = 10\sqrt{2} \text{ cm} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 10$ cm

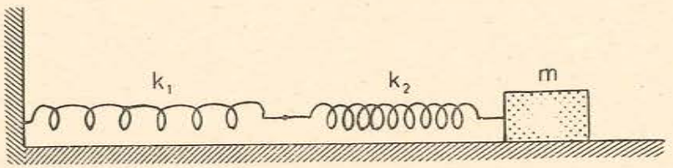
$v = 4$ rad/sn $\times 10\sqrt{2}$ cm $\cos 135^0 = 4$ rad/sn $\times 10\sqrt{2}$ cm $(-\cos 45^0)$

$$v = 40\sqrt{2}\ \text{cm/sn} \times -\frac{1}{\sqrt{2}} = -40\ \text{cm/sn}$$

$$a = -16\ \text{rad}^2/\text{sn}^2 \times 10\sqrt{2}\ \text{cm} \sin 135^0 = -160\sqrt{2}\ \text{cm/sn}^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$a = -160\ \text{cm/sn}^2$ olarak bulunur.

8 — 8. Yatay düzlem üzerinde bulunan ve kütlesi m = 20 gram olan cisim sağa doğru çekilerek bırakılıyor (Şek. 117). Sürtünme önemsenmediğine göre,



Şek. 117

meydana gelen basit harmonik hareketin frekansını bulunuz. Yayların kuvvet sabiteleri $k_1 = 3 \times 10^5$ dyne/cm , $k_2 = 6 \times 10^5$ dyne/cm'dir.

ÇÖZÜMÜ : Sistemin k sabitesi,

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}$$

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{300000 \times 600000}{900000} = \frac{18 \times 10^{10}}{9 \times 10^5} = 2 \times 10^5\ \text{dyne/cm'dir.}$$

Hareketin frekansı,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{200000}{20}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{10000}$$

$$f = \frac{100}{2\pi} = \frac{100}{2 \times 3{,}14} \cong 16\ \text{titreşim/sn olarak bulunur.}$$

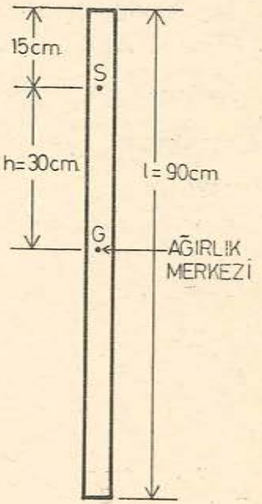
8 — 9. l = 90 cm uzunluğundaki düzgün bir cetvel bir ucundan 15 cm uzaktaki bir s noktasından geçen yatay bir eksen etrafında küçük açılar altında salınım yapmaktadır (Şek. 118).

a) Salınımların periyodunu hesaplayınız.

b) Buna denk basit sarkacın uzunluğunu bulunuz.

(Kütlesi m olan cetvelin ağırlık merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti,

$$I_0 = \frac{1}{12}\ ml^2\ \textbf{dir.)}$$



Şek. 118

ÇÖZÜMÜ :a) Bileşik sarkacın periyod ifadesi,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (1)\ \text{dır.}$$

Cetvelin s noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momenti ise,

$$I = I_0 + mh^2 = \frac{1}{12}ml^2 + mh^2 \quad (2)\ \text{bağıntısından bulunur.}$$

$$I = \frac{1}{12}m(3h)^2 + mh^2 = \frac{9}{12}mh^2 + mh^2 = 1{,}75\ mh^2$$

Bu değer (1) eşitliğinde yerine konulursa,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}75\ mh^2}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}75\ h}{g}} \cong 1{,}46\ \text{sn olur.}$$

b) Buna denk basit sarkacın periyodu da aynı olacağından,

$$2\pi\sqrt{\frac{1{,}75\ h}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)\ \text{eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten}$$

basit sarkacın l boyu;

$l = 1{,}75\ h = 1{,}75 \times 30\ \text{cm} = 52{,}5\ \text{cm}$ olarak bulunur.

8 — 10. Bir saatın sarkacı, yüksekliği h = 300 m olan bir kulenin dibinde saniyeyi vuruyor.

a) Saat kulenin tepesine götürüldüğünde, sıcaklık değişmediğine göre, günde ne kadar geri kalır?

b) Saat kulenin dibine götürüldüğünde, günlük gecikmenin önceki denemedeki kadar olması için sıcaklığın ne kadar yükselmesi gerekir?

Yer yarıçapı R = 6300 km ve çeliğin uzama kat sayısı α = 0,000012/°C dir.

Yol gösterme : Sarkacı, basit sarkaç gibi düşününüz.

ÇÖZÜMÜ : a) Kulenin dibinde yer çekimi ivmesi g ve tepesinde g′ olsun. Bu iki yerde sarkacın yarım salınımları (her vuruşu) için,

$$1 \text{ sn} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

$$T' = \pi \sqrt{\frac{l}{g'}} \quad (2) \text{ eşitliklerini yazabiliriz.}$$

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{1 \text{ sn}}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} \quad (3) \text{ eşitliği bulunur.}$$

$$g' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \text{ veya } \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{R+h} \quad (4) \text{ olduğundan}$$

$$\frac{1 \text{ sn}}{T'} = \frac{R}{R+h} \text{ olur. Bu eşitlikten T′,}$$

$$T' = \frac{R+h}{R} \times 1 \text{ sn} = \frac{6300 \text{ km} + 0{,}3 \text{ km}}{6300 \text{ km}} \times 1 \text{ sn} = \frac{2100{,}1}{2100} \text{ sn olarak bulunur.}$$

Demek ki, sarkaç kulenin tepesinde yarım salınımını (her vuruşunu) 2100,1/2100 saniyede yapar.

Kulenin dibinde saniyeyi vuran sarkaç, günde (86400 saniyede) 86400 yarım salınım, tepesinde iken N = 86400/T′ yarım salınım yapar. Aradaki fark azalan yarım salınım sayısını verir. Bu sayı 1 saniye ile çarpılırsa saatın günde kaç saniye geri kalacağı bulunur.

$$t = (86400 - N)\ 1 \text{ sn} = \left(86400 - 86400 \times \frac{2100}{2100{,}1}\right) 1 \text{ sn} = \frac{86400}{21001} \text{ sn} \cong 4{,}11 \text{ sn.}$$

b) Kulenin dibinde saniyeyi vuran sarkacın uzgunluğunu l ile gösterelim. Sıcaklık Δt kadar arttığında sarkacın aynı gecikmeyi yapması için yarım salınımını

(her vuruşunu) T′ zamanda yapması gerekir. Sıcaklık Δt kadar arttığında sarkacın boyu $l_1 = l\,(1 + \alpha\Delta t)$ olacaktır. Her iki durum için,

$$1 \text{ sn} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

$$T' = \pi \sqrt{\frac{l\,(1 + \alpha\Delta t)}{g}} \quad (6) \text{ eşitliklerini yazabiliriz.}$$

(5) ve (6) eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{1 \text{ sn}}{T'} = \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha\Delta t}} \quad (7) \text{ eşitliği bulunur.}$$

(3), (4) ve (7) eşitliklerinden Δt,

$$\frac{1 \text{ sn}}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha\Delta t}}$$

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{1 + \alpha\Delta t}, \quad \Delta t = \frac{1}{\alpha}\left[\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 - 1\right]$$

$$\Delta t = \frac{1}{0{,}000012/°C}\left[\left(1 + \frac{0{,}3 \text{ km}}{6300 \text{ km}}\right)^2 - 1\right] = 7{,}93\ °C \text{ olarak bulunur.}$$

8 — 11. Sarımlı bir yayın ucundaki bir kütle 1,5 saniye periyodlu basit titreşim hareketi (BHH) yapıyor. Yerdeğiştirme y = + 5 cm olduğu vakit ivmeyi bulunuz.

CEVAP : **— 87,64 cm/sn².**

8 — 12. Bir sarkacın uzunluğu 99,4 cm'dir ve dakikada 30 tam salınım yapmaktadır. Bulunulan yerdeki yerçekimi ivmesini bulunuz.

CEVAP : = 980 cm/sn².

8 — 13. 10 gramlık bir kütle, periyodu 2 saniye olan basit bir titreşim hareketi yapıyor. Hareketin genliği 5 cm olduğuna göre,

a) Cismin, denge konumundan pozitif yöne doğru geçtikten 1/12 periyot sonra, ivmesi ne kadar olur?

b) Bu anda cismin üzerine etki eden kuvvet ne kadardır?

CEVAP : a) $-2{,}5\pi^2$ cm/sn² , b) $-25\pi^2$ dyne.

8 — 14. Bir top, çapı 30 cm olan dairesel bir yörünge üzerinde sabit bir hızla saniyede 5 defa dönüyor. Bunun gölgesi, arkasındaki duvar üzerinde BHH yapıyor. Gölgenin,

a) Denge konumundaki hızını,

b) Denge konumundan 9 cm uzak olan bir noktadaki hızını bulunuz. (π = 3,14 alınız.)

CEVAP : a) 471 cm/sn , b) 376,8 cm/sn.

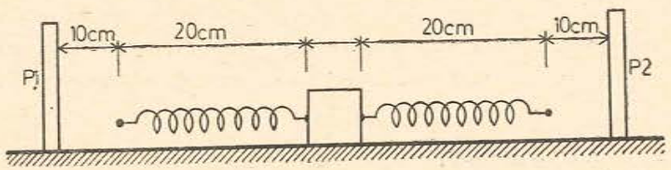
8 — 15. g = 980 cm/sn² olan bir yerde bir sarkaçlı saat zamanı doğru olarak göstermektedir. Bu saat daha yüksek bir yere götürüldüğünde günde 10 sn geri kalıyor. Bu yerin g′ değerini bulunuz.

CEVAP : $g' = \left(\frac{86390}{86400}\right)^2 980$ cm/sn²

8 — 16. 0,2 kg'lık bir kütle bir sarımlı yayı 9,8 cm uzatıyor. Bu yayın kuvvet sabitesini bulunuz. Bu kütle 4 cm daha aşağıya çekilip ve sonra bırakılırsa, meydana gelen basit titreşim hareketinin periyodunu hesaplayınız.

CEVAP : k = 20 nt/m , T = 0,628 sn.

8 — 17. Uzunlukları aynı 20 cm, fakat kuvvet sabiteleri farklı k_1 ve k_2 olan iki yay yatay sürtünmesiz bir düzlem üzerinde bulunan ve kütlesi m olan bir cismin karşılıklı iki yüzeyine tesbit edilmiştir (Şek. 119). Bu yayların diğer uçları, bulundukları yerden 10 cm uzaklıktaki P_1 ve P_2 ile gösterilen çivilere tesbit edildiğine, k_1 = 1000 dyne/cm , k_2 = 3000 dyne/cm ve m = 100 gram olduğuna göre,



Şek. 119

a) Cisim sükûnete geldiğinde yayların uzunluklarını,

b) Sükûnetteki cisim, sağa veya sola doğru biraz çekilip bırakılırsa meydana gelen basit titreşim hareketinin periyodunu bulunuz.

CEVAP : a) l_1 = 35 cm , l_2 = 25 cm , b) 1 sn.

8 — 18. Sıfır ile 9,8596 kgf arasını gösteren bir el kantarının (dinamometrenin) uzama miktarı en fazla 10 cm'dir. Bu kantara asılan bir cismin 2/sn'lik frekansla titreşim yaptığı gözlendiğine göre, cismin ağırlığını bulunuz. (π = 3,14 alınız.)

CEVAP : 6,125 kgf.

8 — 19. Basit harmonik hareket yapan bir partikül, birbirinden uzaklığı 20 cm olan iki noktayı aynı hızla geçiyor. Partikülün ilk noktadan ikinci noktaya varması için 1 saniye ve ikinci noktadan geçen partikülün bu noktadan zıt yönde geçmesi için ise 2 saniye beklendiğine göre, hareketin çarpıntısını ve genliğini bulunuz.

CEVAP : $\omega = \pi/3$ rad/sn , R = 0,2 m.

8 — 20. Yatay bir raf, basit harmonik hareketle düşey olarak hareket ediyor. Hareketin periyodu 1 saniye ve genliği 30 cm'dir. Raf en aşağıda iken üzerine, ağırlığı çok az olan küçük bir cisim bırakılıyor.

a) Cisim, rafı nerede terkeder?

b) Cisim, rafı terkettiği noktadan ne kadar yükseğe çıkar?

CEVAP : a) Denge konumunun 25 cm üstünde.

b) 5,5 cm.

8 — 21. İki partikül aynı bir doğru üzerinde genlik ve frekansları aynı basit titreşim hareketi yapıyor. Partiküllerden biri denge konumundan + 5 cm uzakta bulunduğu zaman (t = 0), ötekisi denge konumunda bulunuyor ve bu durumda her iki partikül, pozitif hıza sahip oluyor. R = 10 cm ve f = 100/sn olduğuna göre, bu iki partikülün ilk defa nerede ve ne kadar zaman sonra karşılaşacaklarını bulunuz.

CEVAP : + 9,66 cm , $2{,}08 \times 10^{-3}$ sn.

8 — 22. Basit harmonik hareket yapan bir partikülün ivmesi, partikül denge konumundan + 2 cm uzaklaştığında — 8 cm/sn² oluyor. Hareketin genliği 10 cm olduğuna göre,

a) Hareketin periyodunu,

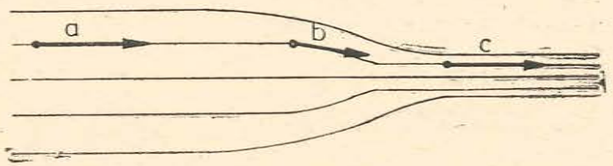
b) Partikülün maksimum hızını bulunuz.

CEVAP : a) T = π = 3,14 sn , b) 20 cm/sn.

BÖLÜM IX

HİDRODİNAMİK

Hidrodinamik, mekaniğin çok karışık bölümlerinden bir tanesidir. Bu bölümde sıvıların akışı incelenir. Biz ideal (viskozitesi olmayan) bir sıvının akışını inceleyeceğiz. Şekil 120 de tamamen ideal bir sıvı ile dolu borunun bir kısmı görülmektedir ve sıvı boru içinde kararlı olarak soldan sağa doğru akmaktadır. Sıvı partiküllerinden birinin gidişi



Şek. 120

takip edilecek olursa, bunun belirli bir yörünge çizdiği görülür. Bir partikülün yörüngesine **akım çizgisi denir.** Yukarıdaki şekilde üç tane akım çizgisi gösterilmiştir.

Borunun dik kesiti gittikçe değişiyorsa, içinde hareket halinde olan sıvı partikülünün hızı da akım çizgisi boyunca değişir. Fakat boru içinde tesbit edilmiş bir noktadan birbirini takip ederek geçen partiküllerin bu noktadaki hızlarının şiddet ve doğrultuları, tamamen birbirinin aynıdır.

Bernoulli denklemi: Farklı kesitli olan bir borunun bütün kısımlarının aynı yükseklikte olmadığı hali göz önüne alalım. Boru içinde kararlı olarak akan sıvının, (1) sıkışmadığını, (2) akışkan sürtünmesi olmadığını (viskozluk yok) kabul edelim. Bu şartlar altında, herhangi bir noktadaki basınç, hız ve yükseklik ile, başka bir noktadaki basınç, hız ve yükseklik arasında,

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \qquad (9 - 1)$$

eşitliğini yazabiliriz.

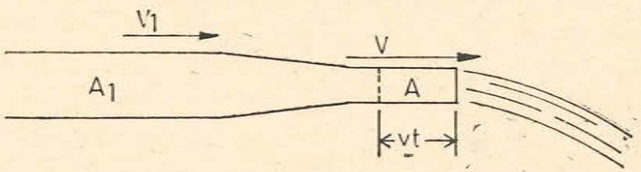
ρ = sıvının yoğunluğudur.

Birim sistemi	Basınç P_1 . P_2	Hız v_1 , v_2	Yoğunluk ρ	Yer çekimi ivmesi g	Yükseklik h_1 , h_2
C.G.S. (mutlak)	dyne/cm²	cm/sn	gr/cm³	980 cm/sn²	cm
M.K.S.A. (mutlak)	nt/m²	m/sn	kg/m³	9,8 m/sn²	m
English (mutlak)	lb/ft²	ft/sn	slug/ft³	32 ft/sn²	ft

$P = 1$ nt/m² $= 10$ dyne/cm² $= 2{,}089 \times 10^{-2}$ lb/ft²

$\rho = 1$ gr/cm³ $= 1000$ kg/m³ $= 1{,}94$ slug/ft³

Bir borunun boşalma hızı: Bir borudan t zamanda akan sıvının hacmi hesaplanabilir. Açık ucunun dik kesiti A olan bir boru hattının bir kısmı Şek. 121 de görülmektedir. Açık ucun A kesitinden



Şek. 121

geçen sıvı partiküllerinin hızı v ise, t zamanda borudan boşalan sıvının hacmi,

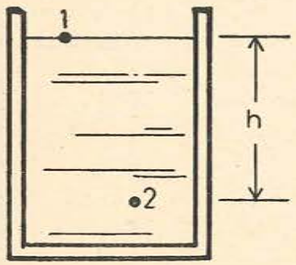
$V = Avt$ (9 — 2) olur.

Sıkışmayan sıvıların süreklilik denklemi: Sıkışmayan bir sıvı boruyu her yerinde tamamen doldurmuş ise, t gibi belli bir süre içinde borunun ucundan boşalan sıvının hacmi kadar sıvı borunun her hangi bir dik kesitinden geçer. O halde Şek. 121 de gösterilen borudan t zamanda boşalan sıvının hacmi, borunun A_1 kesitinden aynı zaman içinde geçen sıvının hacmine eşittir.

$Avt = A_1v_1t$ veya $Av = A_1v_1 =$ sabit (9 — 3)

Bu bağıntıya, sıkışmayan sıvıların süreklilik denklemi denir. **Kararlı akışta hız, borunun dik kesiti ile ters orantılıdır.**

Bernoulli denkleminin tatbikatı: Hidrostatikteki bağıntılar, Bernoulli denkleminin her yerde hızın sıfır olması halindeki özel bağıntılarıdır. Örneğin, sıkışmayan bir sıvı içersinde basıncın, derinliğe bağlı olarak değişmesi Bernoulli denkleminden bulunabilir.



Şek. 122

Bir kapta bulunan (Şek. 122) hareketsiz sıvının 1 ve 2 noktalarına Bernoulli denklemini tatbik edelim 1 noktasındaki basınç, atmosfer basıncına P_a eşittir. 2 noktasındaki basıncı P ile ifade edelim. Yüksekliklerin 2 noktasının bulunduğu düzeyden ölçüldüğünü kabul edersek,

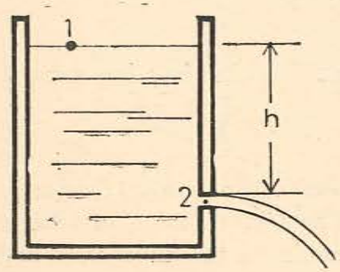
$h_2 = 0$, $h_1 = h$ olur.

$v_1 = v_2 = 0$ dir. O halde,

$$\boxed{P = P_a + \rho gh}$$

Bu bağıntı, hidrostatikteki bağıntı ile aynıdır.

Torricelli teoremi: Şek. 123'de görüldüğü gibi, sıvı ile dolu büyük bir sarnıcın yan kısmından açılan bir delikten dışarıya sıvı akmaktadır. Delikten akan sıvının hızı, Bernoulli bağıntısı kullanılarak bulunabilir.



Şek. 123

Deliğin, sıvının serbest yüzeyinden olan derinliği h ile gösterilmiştir. Birinci nokta sıvının serbest yüzeyinde, ikinci nokta deliğin ağzında alınmıştır. Her iki noktadaki basınçlar P_a atmosfer basıncına eşittir. Çünkü her iki nokta atmosfere açıktır. Eğer delik çok küçük ise, sarnıçtaki sıvının seviyesi çok yavaş olarak düşer. Bu durumda 1 noktasındaki sıvı partiküllerinin v_1 hızları, çok küçük olacağından sıfır kabul edilebilir. 2 noktasının bulunduğu düzey, referans düzeyi olarak alınıp söz konusu iki noktaya Bernoulli denklemi uygulanırsa,

$$P_a + \rho gh = P_a + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

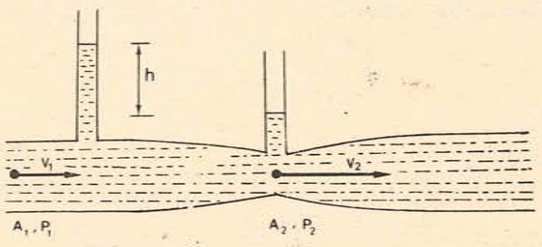
$$\boxed{v_2^2 = 2gh} \quad (9 - 4)$$ Torricelli teoremi bulunmuş olur.

Deliğin alanı A_2 ise, birim zamanda (saniyede) boşalan sıvının hacmi (boşalma hızı),

$A_2 v_2 = A_2 \sqrt{2gh}$ olur.

Borular içindeki akış hızının ölçülmesi: Şek. 124'de bir boru içindeki sıvının akış hızının ölçülmesinde kullanılan alet görülmektedir. Alet, bir yeri daraltılmış bir borudan ibaret olup, kararlı sıvı akışını bozmıyacak biçimdedir.

Daralma yerine gelmeden önce boru kesitinin A_1 olduğu bir yerde P_1 basıncı ve kesiti A_2 olan boğumdaki P_2 alçak basıncı manometreler yardımı ile ölçülür. Manometre yükseklikleri arasındaki h farkının ve boru ile boğumun kesitlerinin bilinmesi ile sıvının akış hızı hesaplanabilir.



Şek. 124

$h_1 = h_2$ olduğundan Bernoulli denklemi :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Statik ve dinamik basınçlara göre denklem tertip edilirse;

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) \qquad (1)$$

Sıvıların süreklilik denkleminden v_2,

$A_1v_1 = A_2v_2$

$v_2 = \frac{A_1}{A_2} \times v_1$ dir. Bu değer (1) eşitliğinde yerine konulursa,

$v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2\,(P_1 - P_2)}{\rho\,(A_1^2 - A_2^2)}}$ (9 — 5) bağıntısı bulunur.

Boşalma hızı,

$A_1v_1 = A_1A_2 \sqrt{\frac{2\,(P_1 - P_2)}{\rho\,(A_1^2 - A_2^2)}}$ (9 — 6) olur.

Not: $P_1 - P_2 = \rho gh$

PROBLEMLER

9 — 1. Çapı 15 cm olan bir B borusu, düzgün bir daralmadan sonra çapı 7,5 cm olan bir C borusu ile birleşiyor. B borusundaki suyun akış hızı 2 m/sn olduğuna göre, C borusundaki suyun akış hızını hesaplayınız. (Borularda suyun dolu olarak aktığını kabul ediniz.)

ÇÖZÜMÜ:

$A_1v_1 = A_2v_2$

$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$

$\pi \left(\frac{15}{2}\right)^2 \times 2 \text{ m/sn} = \pi \left(\frac{7,5}{2}\right)^2 v_2$

$v_2 = \left(\frac{15}{7,5}\right)^2 \times 2 \text{ m/sn} = 8 \text{ m/sn}$

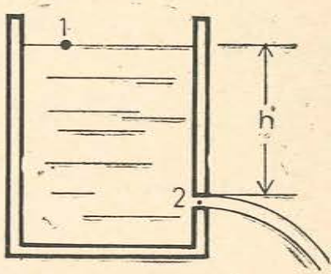
9 — 2. Bir sıvı 4 m/sn'lik bir ortalama hızla dik kesiti 30 cm² olan bir borudan akmaktadır. Borudan 2 dakikada akan sıvı miktarını hesaplayınız.

ÇÖZÜMÜ: Akan sıvının V hacmi,

$V = Avt = 30 \text{ cm}^2 \times 400 \text{ cm/sn} \times 120 \text{ sn}$

$V = 1440000 \text{ cm}^3 = 1,44 \text{ m}^3$ olur.

9 — 3. Su ile dolu büyük bir deponun yan kısmından 2 cm²'lik bir delik açılmıştır (Şek. 125). Açılan delik su yüzeyinden h = 10 m derinliktedir. Depodan 5 dakikada ne kadar su boşalacağını hesaplayınız. (Delikten akan sıvının hızında değişme olmadığını kabul ediniz. Akım çizgilerinin delikten geçerken uğradığı sıkışmayı önemsemeyiniz.)



Şek. 125

ÇÖZÜMÜ: Suyun, delikten akış hızı;

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,8 \text{ m/sn}^2 \times 10 \text{ m}} = 14 \text{ m/sn}$ dir.

Depodan boşalan suyun V hacmi ise;

$V = Avt = 2 \text{ cm}^2 \times 1400 \text{ cm/sn} \times 300 \text{ sn}$

$V = 840000 \text{ cm}^3 = 840 \text{ dm}^3 = 0,84 \text{ m}^3$

olarak bulunur.

9 — 4. Çapı 6 cm olan yatay bir boruda çapı 4 cm olan bir boğum vardır. Yoğunluğu 0,9 gr/cm³ olan sıvı bu borudan akarken, sıvının boru içindeki basıncı, boğumdakinden 16,2 grf/cm² daha fazladır. Sıvının boru içindeki hızını bulunuz. (Boruda sıvının dolu olarak aktığını kabul ediniz.

ÇÖZÜMÜ: Sıvıların süreklilik denkleminden,

$A_1v_1 = A_2v_2$

$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$

$\pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 v_1 = \pi \left(\frac{4}{2}\right)^2 v_2$

$9v_1 = 4v_2$ (1) eşitliği bulunur.

Boru yatay olduğundan $h_1 = h_2$ dir. Bu durumda Bernoulli denklemi,

$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ (2) olur.

(1) eşitliğinden sıvının boğumdaki v_2 hızı,

$v_2 = 9/4v_1$ dir. Bu değer (2) eşitliğinde yerine konulursa,

$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \left(\frac{9}{4} v_1\right)^2$ (3)

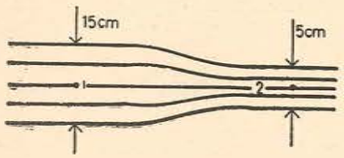
$P_1 = P_2 + 16,2 \times 980$ dyne/cm² ve $\rho = 0,9$ gr/cm³ olarak bilindiğine göre (3) eşitliğinden sıvının borudaki v_1 hızı,

$$P_2 + 16{,}2 \times 980 + \frac{1}{2} \times 0{,}9 \times v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \times 0{,}9 \left(\frac{9}{4} v_1\right)^2$$

$$16{,}2 \times 980 = \frac{1}{2} \times 0{,}9 \times \frac{81}{16} v_1^2 - \frac{1}{2} \times 0{,}9 \times v_1^2$$

$v_1 = 93$ cm/sn olarak bulunur.

9 — 5. Çapı 15 cm olan yatay bir boru düzgün olarak daralıyor. Dar kısmının çapı 5 cm'dir (Şek. 126). Suyun borudaki hızı $v_1 = 50$ cm/sn ve basıncı $P_1 = 2 \times 10^6$ dyne/cm² olduğuna göre, borunun dar kısmında, suyun hızı ve basıncı ne kadar olur. (Boruda suyun dolu olarak aktığını kabul ediniz.)



Şek. 126

ÇÖZÜMÜ: Borunun dar kısmındaki suyun hızı,

$A_1 v_1 = A_2 v_2$

$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$

$\pi \times 7{,}5^2 \times v_1 = \pi \times 2{,}5^2 \times v_2$

$56{,}25 \times 50$ cm/sn $= 6{,}25\ v_2$

$v_2 = 450$ cm/sn olur.

Suyun bu kısmındaki P_2 basıncı ise, 1 ve 2 noktalarına Bernoulli denklemi uygulanarak bulunur.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Boru yatay olduğundan $h_1 = h_2$ dir. Bu durumda $\rho g h_1 = \rho g h_2$ olacağından yukarıdaki denklem,

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \qquad (1) \text{ şeklinde basitleşir.}$$

$P_1 = 2 \times 10^6$ dyne/cm², $v_1 = 50$ cm/sn, $v_2 = 450$ cm/sn ve $\rho = 1$ gr/cm³ olarak bilindiğine göre (1) denkleminden P_2 basıncı,

$$2 \times 10^6 + \frac{1}{2} \times 1 \times 50^2 = P_2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 450^2$$

$P_2 = 1{,}9 \times 10^6$ dyne/cm² olarak bulunur.

9 — 6. İçindeki suyun derinliği 2 m olan bir kabın dibindeki bir delikten su 2 litre/sn hızla boşalıyor. Suyun yüzeyine 10^6 nt/m²'lik bir ek basınç tatbik edildiğinde, suyun boşalma hızı ne kadar olur?

ÇÖZÜMÜ: Kabın dibindeki deliğin A alanı,

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 2\ \text{m}} \simeq 6{,}26$ m/sn

$Q_1 = Av$, $Q_1 = 2$ litre/sn $= 2$ dm³/sn $= 0{,}002$ m³/sn'dir.

$0{,}002$ m³/sn $= A \times 6{,}26$ m/sn

$A \simeq 0{,}00032$ m² dir.

Ek basınç tatbik edildikten sonra alanı 0,00032 m² olan delikten akan suyun v_2 hızı, Bernoulli denkleminden hesaplanarak Q_2 boşalma hızı bulunur.

$h_2 = 0$, $h_1 = h$ ve $v_1 = 0$ olduğuna göre Bernoulli denklemi,

$$P + P_a + \rho g h = P_a + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \qquad (1) \text{ olur.}$$

$$P + \rho g h = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \qquad (2)$$

MKSA birim sistemine göre (2) eşitliğinden v_2 hızı,

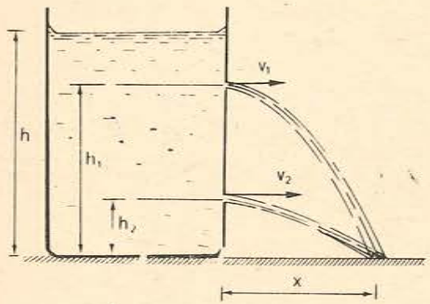
$$10^6\ \text{nt/m}^2 + 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{m/sn}^2 \times 2\ \text{m} = \frac{1}{2} \times 1000\ \text{kg/m}^3 \times v_2^2$$

$v_2 = 45$ m/sn.

(Boşalma hızı) $Q_2 = Av_2 = 0{,}00032$ m² $\times$ 45 m/sn $= 0{,}0144$ m³/sn

$Q_2 = 14{,}4$ lt/sn.

9 — 7. Sağ tarafında iki küçük delik bulunan bir su tankı yatay bir zemin üzerinde bulunuyor (Şek. 127). Deliklerin zeminden olan yükseklikleri $h_1 = 92$ cm ve $h_2 = 30$ cm'dir. Deliklerden çıkan su, su tankından uzaklığı x olan aynı bir noktada zemine çarpıyor. Su tankındaki suyun h yüksekliğini hesaplayınız.



Şek. 127

ÇÖZÜMÜ : Üstteki delikten çıkan suyun v_1 hızı,

$$v_1 = \sqrt{2g\,(h - h_1)} \qquad (1)$$

Alttaki delikten çıkan suyun v_2 hızı,

$$v_2 = \sqrt{2g\,(h - h_2)} \qquad (2) \text{ dir.}$$

v_1 yatay hızı ile delikten çıkan suyun zemine çarpması için geçen t_1 zamanı,

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad , \quad t_1 = \sqrt{2h_1/g} \qquad (3) \text{ dir.}$$

Bu süre içinde alınan x yatay uzaklığı,

$$x = v_1 t_1 \qquad (4) \text{ olur.}$$

Aşağıdaki delikten çıkan su da aynı uzaklığa düştüğünden,

$$t_2 = \sqrt{2h_2/g} \qquad (5)$$

$$x = v_2 t_2 \qquad (6)$$

$$v_1 t_1 = v_2 t_2 \qquad (7) \text{ eşitliğini yazabiliriz.}$$

v_1 , v_2 , t_1 ve t_2 nin yukarıda bulunan değerleri (7) eşitliğinde yerine konularak h yüksekliği,

$$2g\,(h - h_1) \times \frac{2h_1}{g} = 2g\,(h - h_2) \times \frac{2h_2}{g}$$

$$h = \frac{h_1^2 - h_2^2}{h_1 - h_2} = h_1 + h_2 = 92 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 122 \text{ cm olarak bulunur.}$$

9 — 8. Bir kapta bulunan su 1 cm²'lik bir delikten akmaktadır. Delik kaptaki su yüzeyinden 2,5 m aşağıda olduğuna göre, akan suyun 35 litrelik bir kabı ne kadar zamanda dolduracağını hesaplayınız. (Delikten akan suyun hızında değişme olmadığını kabul ediniz. Akım çizgilerinin delikten geçerken uğradığı sıkışmayı önemsemeyiniz.)

CEVAP : 50 sn.

9 — 9. Kesiti 96 cm² olan yatay bir boruda, dolu olarak akan suyun hızı 3 m/sn ve basıncı 2 kgf/cm²'dir. Boru gittikçe daralarak kesiti 24 cm² olan bir boğum meydana getiriyor. Suyun bu boğumdaki hızı ve basıncı ne kadar olur?

CEVAP : 12 m/sn , $1{,}285 \times 10^6$ dyne/cm².

9 — 10. Su dik kesitleri farklı yatay bir borudan akıyor. Borunun, geniş kısmının yarıçapı 1 cm, dar kısmının yarıçapı ise 0,4 cm'dir. İki kesitteki basınç farkı h = 4,9 cm su olduğuna göre, suyun borudan boşalma hızını bulunuz.

CEVAP : 50 cm³/sn.

9 — 11. Su dolu bir kapta alet basıncını hesap ediniz. Bu basınçla su, zeminden 7,5 m yükseklikte bulunan kabın yanındaki bir delikten çıkıyor ve kaptan 22,5 m uzakta zemine çarpıyor.

CEVAP : 165375 nt/m².

9 — 12. Bir boruda, sürtünmeden ileri gelen yükseklik kaybı için mühendislerin kullandıkları bir formül :

$$h = 0{,}00031 \frac{l v^2}{D} \text{ dir.}$$

Bu formülde l borunun ft olarak uzunluğu, D borunun ft olarak çapı ve v akan sıvının saniyede ft olarak hızıdır. h'ın ft olarak elde edilmesi gerekirse, 0,00031 sayısının birimi ne olur?

CEVAP : sn²/ft.

EK KISIM

UZUNLUK

	m	cm	ft	km	in	mil
1 metre	**1**	**100**	**3.281**	10^{-3}	39.37	6.214×10^{-4}
1 santimetre	**10^{-2}**	**1**	**3.28×10^{-2}**	10^{-5}	0.3937	6.214×10^{-6}
1 foot	**0.3048**	**30.48**	**1**	3.048×10^{-4}	12	1.894×10^{-4}
1 kilometre	1000	10^5	3281	1	3.937×10^4	0.6214
1 inch	2.54×10^{-2}	2.54	8.333×10^{-2}	2.54×10^{-5}	1	1.578×10^{-5}
1 mil	1609	1.609×10^5	5280	1.609	6.336×10^4	1

KÜTLE

	kg	gr	slug	amu
1 kilogram	**1**	**1000**	**6.852×10^{-2}**	6.024×10^{26}
1 gram	**0.001**	**1**	**6.852×10^{-5}**	6.024×10^{23}
1 slug	**14.59**	**1.459×10^4**	**1**	8.789×10^{27}
1 atom kütle birimi	1.660×10^{-27}	1.660×10^{-24}	1.137×10^{-28}	1

HIZ

	m/sn	cm/sn	ft/sn	mil/saat	km/saat
1 metre/saniye	**1**	**100**	**3.281**	2.237	3.6
1 santimetre/saniye	**0.01**	**1**	**3.281×10^{-2}**	2.237×10^{-2}	3.6×10^{-2}
1 foot/saniye	**0.3048**	**30.48**	**1**	0.6818	1.097
1 mil/saat	0.4470	44.70	1.467	1	1.609
1 kilometre/saat	0.2778	27.78	0.9113	0.6214	1

YOĞUNLUK

	kg/m³	gr/cm³	slug/ft³
Metreküp başına kilogram	**1**	**0.001**	**1.940×10^{-3}**
Santimetreküp başına gram	**1000**	**1**	**1.940**
Footküp başına gram	**515.5**	**0.5154**	**1**

KUVVET

	nt	dyne	lb	grf	kgf
1 Newton	**1**	**10^5**	**0.2248**	102	0.102
1 dyne (din)	**10^{-5}**	**1**	**2.248×10^{-6}**	1.020×10^{-3}	1.020×10^{-6}
1 libre	**4.448**	**4.448×10^5**	**1**	453.6	0.4536
1 gram kuvvet	9.807×10^{-3}	980.7	2.205×10^{-3}	1	0.001
1 kilogram kuvvet	9.807	9.807×10^5	2.205	1000	1

BASINÇ

	Newton/m²	dyne/cm²	lb/ft³	Atm.	cm civa	lb/in²
1 metrekare başına newton	**1**	**10**	**2.089 / 100**	9.869×10^{-6}	7.501×10^{-4}	1.450×10
1 santimetrekare başına dyne (din)	**0.1**	**1**	**2.089 / 1000**	9.869×10^{-7}	7.501×10^{-5}	1.450×10
1 footkare başına libre	**47.88**	**478.8**	**1**	4.725×10^{-4}	3.591×10^{-2}	6.944×10
1 atmosfer	1.013×10^5	1.013×10^6	2116	1	76	14.70
cm civa	1333	1.333×10^4	27.85	1.316×10^{-2}	1	0.1934
1 inch (inç) kare başına libre	6.895×10^3	6.895×10^4	144	6.805×10^{-2}	5.171	1

FAYDALANILAN ESERLER

Principles of Physics ... ... M. Nelkon

Genel fizik ... ... Prof. G. Simon - Prof. A. Dognon (Çeviren : Prof. N. Kürkçüoğlu)

General physics ... ... Nightingale - Pearson

Physics ... ... Marshall - Pounder - Stewart

Mechanics - Heat - Sound ... ... Sears

Principles of Physics ... ... Alpheus W. Smith - John N. Cooper

Denel fizik ... . Ord. Prof. Dr. K. Zuber (Çeviren : C. Ener)

Fizik ... ... Grimsehl - Tomaschek (Çeviren : S. Tunakan)

Modern University Physics ... ... Richard - Sears - Wehr - Zemansky

Problems in Physics ... ... F. Tyler

Physics ... ... Elliott - F. Wilcox

Theory and Problems of College Physics ... ... Schaum

Problems and Solutions in General Physics ... ...Donald

Analitik Mekanik II. ... ... M. Şevki Bayvaz

Physics for Students of Science and Engineering ... ... R. Resnick - D. Halliday

Fizik III. ... ... Esat İnetaş

Fizik III. ... ... Haydar Çağlayan

Fizik III. ... ... Reşat Otman

College Physics ... ... Weber, Manning, White

General Physics ... ... Blackwood, C. Kelly, M. Bell

Physics for One Engineers ... ... Schofield

Physics ... ... Stollberg, Hill

Collection of Problems in Theoretical Mechanics ... ... I. V. Meshchersky

Graded Examples in Physics ... ... R. L. Cheetham

DÜZELTMELER

s. 8, yukarıdan 10. sat : $s_0 = 0$ yerine $v_0 = 0$

s. 58, » 9. sat : **Eğik atış** yerine **yatay atış**

s. 63, » 11. sat : 641,2 m yerine 649,2 m

s. 80, » 12. sat : $E_k = \frac{2}{1} mv^2 + \ldots$ yerine $E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \ldots$

s. 110, » 6. sat : göne yerine göre

s. 124, » 9. sat : $\left(\frac{m_1 - m_2}{m + m_2}\right) u_1$ yerine $\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1$

s. 124, » 10. sat : $\left(\frac{2m_1}{m + m_2}\right) u_1$ yerine $\left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1$

s. 159, » 1. sat : Yuvarlağın yerine yuvarlağının

s. 164, alttan 3. sat : çizigisel yerine çizgisel

s.29, yukarıdan 7. sat : GGS yerine CGS

s.30, yukarıdan 18. sat : 3 kg «—» kgf yerine 3 kg «=» 3 kgf

s.60, alttan 7. sat : $t_{1,2} = \frac{51,96 + 53,477}{2}$ **yerine** $t_{1,2} = \frac{51,96 \mp 53,477}{2}$

s.49, yukarıdan 13. sat : $s_2 = \frac{1}{2} s_1$ **yerine** $s_2 = 2s_1$ **ve**

$v_2 = \frac{1}{2} v_1$ **yerine** $v_2 = 2v_1$

$a_2 = \frac{1}{2} a_1$ **yerine** $a_2 = 2a_1$ **olacak, Problem bu düzeltmelere göre yeniden çözülerek aşağıdaki sonuçlar bulunacak.**

$s = 2,45$ m , $T_1 = 70$ kgf , $T_2 = 35$ kgf.

TRİGONOMETRİK CEDVEL

Açı		Sinüs	Kosinüs	Tangent	Açı		Sinüs	Kosinüs	Tangent
Derece	Radian				Derece	Radian			
0°	.000	0.000	1.000	0.000					
1°	.017	.018	1.000	.018	46°	0.803	0.719	0.695	1.036
2°	.035	.035	0.999	.035	47°	.820	731	.682	1.072
3°	.052	.052	.999	.052	48°	.838	.743	.669	1.111
4°	.070	.070	.998	.070	49°	.855	.755	.656	1.150
5°	.087	.087	.996	.088	50°	.873	.766	.643	1.192
6°	.105	.105	.995	.105	51°	.890	.777	.629	1.235
7°	.122	.122	.993	.123	52°	.908	.788	.616	1.280
8°	.140	.139	.990	.141	53°	.925	.799	.602	1.327
9°	.157	.156	.988	.158	54°	.942	.809	.588	1.376
10°	175	.174	.985	.176	55°	.960	.819	.574	1.428
11°	.192	.191	.982	.194	56°	.977	.829	.559	1.483
12°	.209	.208	.978	.213	57°	.995	.839	.545	1.540
13°	.227	.225	.974	.231	58°	1.012	.848	.530	1.600
14°	.244	.242	.970	.249	59°	1.030	.857	.515	1.664
15°	.262	.259	.966	.268	60°	1.047	.866	500	1.732
16°	.279	.276	.961	.287	61°	1.065	.875	485	1.804
17°	.297	.292	.956	.306	62°	1.082	.883	.470	1.881
18°	.314	.309	.951	.325	63°	1.100	.891	.454	1.963
19°	.332	.326	.946	.344	64°	1.117	.899	.438	2.050
20°	.349	.342	.940	.364	65°	1.134	.906	.423	2.145
21°	.367	.358	.934	.384	66°	1.152	.914	.407	2.246
22°	.384	.375	.927	.404	67°	1.169	.921	.391	2.356
23°	.401	.391	.921	.425	68°	1.187	.927	.375	2.475
24°	.419	.407	.914	.445	69°	1.204	.934	.358	2.605
25°	.436	.423	.906	.466	70°	1.222	.940	.342	2.747
26°	.454	438	.899	.488	71°	1.239	.946	.326	2.904
27°	.471	.454	.891	.510	72°	1.257	.951	.309	3.078
28°	.489	.470	.883	.532	73°	1.274	.956	.292	3.271
29°	.506	485	.875	.554	74°	1.292	.961	.276	3.487
30°	.524	.500	.866	577	75°	1.309	.966	.259	3.732
31°	.541	.515	.857	.601	76°	1.326	.970	.242	4.011
32°	.559	.530	.848	.625	77°	1.344	.974	.225	4.331
33°	.576	545	839	.649	78°	1.361	.978	.208	4.705
34°	.593	559	829	.675	79°	1.379	.982	.191	5.145
35°	.611	.574	819	700	80°	1.396	.985	.174	5.671
36°	.628	588	809	727	81°	1.414	.988	.156	6.314
37°	.646	.602	799	754	82°	1.431	.990	.139	7.115
38°	.663	.616	788	781	83°	1.449	.993	122	8.144
39°	.681	.629	777	.810	84°	1.466	.995	.105	9.514
40°	.698	.643	766	.839	85°	1.484	.996	.087	11.43
41°	716	.658	755	.869	86°	1.501	.998	.070	14.30
42°	.733	.669	.743	900	87°	1.518	.999	.052	19.08
43°	.751	.682	731	.933	88°	1.536	.999	.035	28.64
44°	.768	.695	719	966	89°	1.553	1.000	.018	57.29
45°	.785	707	.707	1.000	90°	1.571	1.000	.000	∞